

UNIVERSITATEA CONSTANTIN BRÂNCUȘI DIN TÂRGU-JIU

Clasa a XI-a (Niv2)
Concursul "MATE -UCB"- editia a V-a
13 mai 2019

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = 673x - 2019$. Să se calculeze produsul $p = f(1)f(2)\dots f(2019)$.

a) $p < -2019^2$; b) $p < 1$; c) $p = 2019(673 - 2019)$; d) p este impar; e) $p > 2019$.

2. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul $\begin{cases} 2^{x+y} = 4 \\ 2^x + 2^y = 3\sqrt{2} \end{cases}$.

a) $(x, y) \in \emptyset$; b) sistemul are o singură soluție; c) sistemul are două soluții; d) sistemul are cel puțin trei soluții; e) sistemul are doar soluții cu $x > \frac{2}{3}$.

3. Se consideră tringhiul ABC cu $AB = 4$, $AC = 3$ și $m(\widehat{BAC}) = 150^\circ$. Atunci

a) $BC = 5$; b) aria $\triangle ABC = 4$; c) $BC = 4$; d) aria $\triangle ABC = 3$; e) $BC = \sqrt{31}$;

4. Dacă $z_1 = (a - 3b) - (3 + b)i$ și $z_2 = (a - 4b + 1) + (2^a - b)i$ sunt numere complexe conjugate, atunci

a) $a = \ln(5)$ și $b = 1$; b) $a = \frac{\ln(5)}{\ln(2)}$ și $b = 1$; c) $a = \log_2(5)$ și $b = -1$; d) $a = -\log_2(5)$ și $b = -1$; e) $(a, b) \in \emptyset$.

5) Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Dacă $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = -A + A^2 - A^3 + \dots + (-1)^{2019} A^{2019}$, atunci

a) $a < 0$ și $b > 0$; b) $c < 0$ și $b < 0$; c) $c < 0$ și $b > 0$; d) $a > 0$ și $d > 0$; e) $a < 0$ și $c > 0$;

6. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 0}$. Dacă $a_5 + a_3 = 4$ și $a_5^2 - a_3^2 = 16$, atunci

a) $a_1 = -2$; b) $a_2 = 2$; c) $a_3 = 6$; d) $a_5 = -10$; e) $a_4 = 2$;

7. Valoarea expresiei $\log_2(7 - \sqrt{5}) + \log_2(7 + \sqrt{5}) - \log_2(11)$ este

a) 2; b) $2\log_2(7) - \log_2(11)$; c) 1; d) 4; e) nici una dintre variantele precedente.

8. Valoarea expresiei $\cos(35^\circ) + \cos(120^\circ) + \cos(145^\circ) + \sqrt{2}$ este

a) 1 b) $-1/2 + \sqrt{2}$ c) $1/2 + 2\sqrt{2}$ d) 0 e) $\sqrt{2}$

9. În triunghiul ABC avem $\overrightarrow{AB} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ iar $\overrightarrow{AC} = 4\vec{i} - \vec{j}$. Aria triunghiului ABC este

a) $\sqrt{17}$; b) 24; c) $\frac{23}{2}$; d) $\frac{25}{2}$; e) $\sqrt{18}/2$

10. Pentru ce valori ale parametrilor m și n suma rădăcinilor ecuației $x^2 + (m^2 - m)x + 2n^2 - nm + 1 = 0$ este maximă și produsul este minim?

a) $m = -\frac{1}{2}$, $n = -\frac{1}{8}$; b) $m = 1$, $n = \frac{1}{4}$; c) $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{4}$; d) $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{8}$; e) $m = -1$, $n = -\frac{1}{4}$;

11. Pentru fiecare valoare $m \in \mathbb{R}$, se notează cu d_m distanța de la punctul $M(1, -1)$ la dreapta de ecuație $L_m : mx + 2y + m - 6 = 0$. Folosind faptul că toate dreptele L_m trec printr-un punct fix, determinați $d_{\max} = \max\{d_m, m \in \mathbb{R}\}$ (valoarea maximă a distanțelor d_m).

a) $d_{\max} = 2\sqrt{5}$; b) $d_{\max} = 36$; c) $d_{\max} = 2\sqrt{10}$; d) $d_{\max} = 2\sqrt{2}$; e) $d_{\max} = \infty$;

12. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ și $L = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(3x+1)}{f(2x-1)}$. Atunci

a) limita nu există; b) $L = \infty$; c) $L = \frac{2}{3}$; d) $L = 0$; e) $L = \frac{3}{2}$.

13. Câte cuvinte distincte putem obține prin permutarea literelor cuvântului MATEMATICA?

a) $10!$; b) $\frac{10!}{6}$; c) $\frac{10!}{6!}$; d) $7!30$; e) $\frac{10!}{12}$

14. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = (x+2)e^{-2x}$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Calculați $g(x) = (f'(x) + 2f(x))e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$.

a) $g(x) = 1$; b) $g(x) = xe^{-2x}$; c) $g(x) = xe^{-2x} + 1$; d) $g(x) = -2e^{-2x}$; e) $g(0) = -1$;

15. Care dintre următoarele afirmații despre funcția $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = x + \frac{x \cos x}{x^2 - 1}$, $x \in D_f$ (domeniul maxim de definiție pentru f) este adevărată?

a) f nu are asimptote oblice, dar are asimptote verticale; b) f nu are limită la $+\infty$; c) f este mărginită; d) f are asimptotă oblică și două asimptote verticale; e) f are o asimptotă orizontală și două asimptote verticale;

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 6 puncte. Se acordă 60 puncte din oficiu. Timp de lucru 2 ore.