

UNIVERSITATEA CONSTANTIN BRÂNCUȘI DIN TÂRGU-JIU

Clasa a XII-a (Niv2) Concursul "MATE -UCB"- editia a V-a 13 mai 2019

1. Câți întregi pozitivi b au proprietatea că $\log_b 16$ este un număr întreg pozitiv?
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4.
2. Se dă punctul $P(1; 2)$ în reperul cartezian xOy și se construiesc simetricele R și Q ale acestuia față de axele Ox și respectiv Oy . Aria triunghiului PQR este:
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4.
3. Se consideră șirul de numere $-5, 3, 4, x, 2, 8, x, 10$, unde $x \in [-5, 10]$ este ales astfel încât, dacă se aranjează în ordine crescătoare numerele reprezentând minimul valorilor termenilor șirului, maximul valorilor termenilor șirului și media aritmetică a tuturor termenilor șirului, se obțin termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice. Suma valorilor posibile ale lui x este:
a) 0; b) 1; c) -1 ; d) 2; e) 8.
4. Dacă $V_{m_0}(x_{m_0}, y_{m_0})$ este cel mai apropiat vârf al parabolilor $y = x^2 + (m+1)x + m - 2$, $m \in \mathbb{R}$ de axa Oy , atunci distanța de la V_{m_0} la Ox este
a) 3; b) $\sqrt{3}$; c) $\sqrt{2}$; d) $1 - \sqrt{2}$; e) -3 .
5. Valoarea expresiei $\cos(20^\circ) + \cos(120^\circ) + \cos(160^\circ) + \frac{\sqrt{3}}{2}$ este
a) 0; b) $(1 - \sqrt{3})/2$; c) $(-1 + \sqrt{3})/2$; d) 1; e) $\sqrt{3}$.
6. Dacă termenii șirului $a_n, n \in \mathbb{N}^*$ sunt pozitivi și îndeplinesc condiția $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{(a_1 + a_n)a_n}{2}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, atunci $a_1^3 + a_2^3 + a_3^3$ este
a) 36; b) 197; c) 405; d) 73; e) orice valoare reală
7. Suma rădăcinilor ecuației $x + |2x - 1| = 5$ este:
a) 0; b) -2 ; c) 2; d) 4; e) ecuația nu are rădăcini reale.
8. Câte rădăcini reale are ecuația $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ în intervalul $(-1; 1)$?
a) 0; b) 1; c) 2; d) 3; e) 4.
9. Dacă $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, atunci suma elementelor matricii A^{2019} este
a) 0; b) 2019; c) 2017; d) 2018; e) 1.
10. Să se determine $\lambda \in \mathbb{R}$ a.i legea de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + \lambda$ să definească pe $G = (2, \infty)$ o structură de grup.
a) 2; b) 6; c) 4; d) 12; e) -10 ; f) -2 .
11. Valoarea integralei $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ este
a) $\operatorname{arctg}(e)$; b) $\operatorname{arctg}(e) - \pi$; c) $\frac{\pi}{2}$; d) 2π ; e) $\operatorname{arctg}(e) - \frac{1}{4}\pi$.
12. Notam cu S mulțimea soluțiilor ecuației $x^2 - x - 1 = 0$ în \mathbb{Z}_5 . Atunci

a) $S = \emptyset$; b) $S = \{(1 + \sqrt{3})/2\}$; c) $S = \{\hat{1}\}$; d) $S = \{\hat{3}\}$; e) mulțimea S are exact două elemente.

13. Câte submulțimi ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ au exact 4 elemente și îl conțin pe 3 dar nu conțin nici unul din elementele 7 sau 9.

a) 76; b) 126; c) 45; d) 20; e) 40.

14. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2) \dots (x^2 + 2019)$. Care din următoarele afirmații referitoare la funcția f nu este adevărată?

a) $f'(0) = 0$.

b) $f'(-1) = 2 \times 2020! \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{2020} \right)$.

c) Punctul $x = 0$ este punct de minim global pentru funcția f .

d) $f'(1) = 2 \times 2020! \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2020} \right)$.

e) Funcția f are un singur punct de extrem.

15. Considerăm funcția $f : (-\infty, -3] \cup [3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 3)\sqrt{x^2 - 9}$. Care din următoarele afirmații referitoare la funcția f este adevărată?

a) Funcția f este strict crescătoare pe $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$.

b) Funcția este derivabilă în toate punctele domeniului său de definiție.

c) Funcția are asimptotă oblică spre $+\infty$.

d) Funcția f are exact două puncte de extrem local.

e) Funcția are două asimptote verticale.

Notă. Fiecare subiect rezolvat corect se notează cu 6 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 3 puncte din punctajul total. Se acordă 60 puncte din oficiu. Timp de lucru 2 ore.