

**UNIVERSITATEA CONSTANTIN BRÂNCUȘI DIN TÂRGU JIU**  
**Concursul "MATE - UCB"- editia a VII-a**  
**8 mai 2026**

Clasa a XII-a, Nivel 1

**1.** Considerăm ecuația  $\{x\} - \{2x\} = 4x + 2$ , unde  $\{x\}$  reprezintă partea fracționară a numărului real  $x$ . Atunci

a) ecuația nu are soluții reale; b) ecuația are o soluție reală; c) ecuația are două soluții reale; d) ecuația are trei soluții reale; e) ecuația are o infinitate de soluții reale;

**R:** c) ecuația are două soluții reale;

Rezolvare. Avem  $\{2x\} = \{2([x] + \{x\})\} = \{2\{x\}\}$ . În consecință, dacă  $\{x\} < \frac{1}{2}$ ,  $\{2x\} = 2\{x\}$ , iar dacă  $\{x\} \geq \frac{1}{2}$ ,  $\{2x\} = 2\{x\} - 1$ .

Deoarece  $-1 < \{x\} - \{2x\} < 0$ , rezultă că  $-1 < 4x + 2 < 0$  sau echivalent  $x \in (\frac{-3}{2}, -\frac{1}{2})$ . Ca urmare,  $[x] = -1$ . Ecuația este echivalentă cu  $\{x\} - \{2x\} = 4([x] + \{x\}) + 2 \Leftrightarrow \{x\} - \{2x\} = 4(-1 + \{x\}) + 2 \Leftrightarrow \{2x\} + 3\{x\} = 2$ .

**Cazul 1:**  $\{x\} < \frac{1}{2}$ . Ecuația devine  $5\{x\} = 2$ , care are rădăcina  $\frac{2}{5} \in [0, \frac{1}{2})$ .

Deci se obține soluția  $x_1 = -1 + \frac{2}{5} = -\frac{3}{5}$ .

**Cazul 2:**  $\{x\} \geq \frac{1}{2}$ . Ecuația devine  $5\{x\} - 1 = 2$ , care are rădăcina  $\frac{3}{5} \in [\frac{1}{2}, 1)$ .

Deci se obține soluția  $x_2 = -1 + \frac{3}{5} = -\frac{2}{5}$ .

**2.** Se consideră numerele reale nenule  $x$  și  $y$  astfel încât  $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{y^2} = \frac{8}{y^2 + 3x^2}$  și pentru o asfel de pereche de numere reale se notează  $E(x, y) = 10^{-2026} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{2026}$ .

Atunci

a)  $E(x, y) = 3^{-2026}$ ; b)  $E(x, y) = 5^{-2026}$ ; c)  $E(x, y) = 1$ ; d) nu există numere reale care să verifice relația; e)  $E(x, y)$  poate lua mai multe valori reale;

**R:** a)  $E(x, y) = 3^{-2026}$ ;

Rezolvare. Notăm  $\frac{y}{x} = t$ ,  $y = tx$  și obținem  $\frac{1}{x^2} - \frac{3}{t^2 x^2} = \frac{8}{t^2 x^2 + 3x^2}$ . Împățind prin  $x^2$  rezultă  $1 - \frac{3}{t^2} = \frac{8}{t^2 + 3} \Leftrightarrow \frac{t^2 - 3}{t^2} = \frac{8}{t^2 + 3} \Leftrightarrow (t^2 - 3)(t^2 + 3) = 8t^2 \Leftrightarrow t^4 - 9 = 8t^2$ . Notăm  $t^2 = u$  și obținem ecuația  $u^2 - 8u - 9 = 0$  cu rădăcile  $u_1 = -1 < 0$  și  $u_2 = 9$ , de unde rezultă  $t = \pm 3$ . Așadar,  $10^{-2026} \left(\frac{1}{t} + t\right)^{2026} = 10^{-2026} \left(\frac{1}{\pm 3} \pm 3\right)^{2026} = 10^{-2026} \left(\frac{1}{3} + 3\right)^{2026} = \frac{1}{3^{2026}} = 3^{-2026}$ .

**3.** Din șirul  $1, 2, \dots, n, \dots$  se șterg cuburile perfecte. În noul șir al 991-lea termen va fi a) 998; b) 999; c) 1000; d) 1001; e) 1002;

**R:** d) 1001;

Rezolvare. Fie  $x$  cel de al 991-lea termen din noul șir și  $m$  numărul de termeni eliminați din șirul inițial până la  $x$ . Atunci  $m = x - 991$ , iar  $m^3 < x < (m + 1)^3$ . Deci  $m^3 - 991 < x - 991 < (m + 1)^3 - 991$ , de unde rezultă  $m^3 - 991 < m < (m + 1)^3 - 991 \Leftrightarrow m^3 - m < 991 < (m + 1)^3 - m \Leftrightarrow (m - 1)m(m + 1) < 991 < m(m + 1)(m + 2) + 1$ . Deoarece  $9 \cdot 10 \cdot 11 <$

$991 < 10 \cdot 11 \cdot 12$ , rezultă că  $m = 10$ . Deci în noul șir al 991-lea termen va fi  $x = 991 + 10 = 1001$ .

4. Pentru orice pereche de parametri  $(m, n)$  cu proprietatea că drepte

$$d_1 : 40x - (m + 29)y + 10n = 0 \text{ și } d_2 : 4x - 3my + n + 20 = 0$$

sunt paralele, notăm  $d(m, n)$  distanța dintre  $d_1$  și  $d_2$ . Atunci  $d(m, n)$

a) depinde de  $n$ ; b) 4; c) 2; d) 3; e) 5;

**R:** b) 4;

Rezolvare. Dreptele sunt paralele  $\Leftrightarrow \frac{40}{4} = \frac{-(m+29)}{-3m} \Leftrightarrow m = 1$ . În acest caz drepte au ecuațiile:

$$d_1 : 40x - 30y + 10n = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + n = 0$$

$$d_2 : 4x - 3y + n + 20 = 0$$

Distanța de la un punct  $A(x_0, y_0)$  la o dreaptă  $d$  de ecuație  $ax + by + c = 0$  este  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ . Distanța dintre 2 drepte paralele  $d_1$  și  $d_2$  este egală cu distanța dintre un punct  $A \in d_1$  și  $d_2$ . Dacă  $A(x_0, y_0) \in d_1$ ,  $d_1 : ax + by + c_1 = 0$  și  $d_2 : ax + by + c_2 = 0$ , atunci  $dist(d_1, d_2) = dist(A, d_2) = \frac{|ax_0 + by_0 + c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|c_2 - c_1|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ , deoarece  $A \in d_1 \Leftrightarrow ax_0 + by_0 + c_1 = 0 \Leftrightarrow ax_0 + by_0 = -c_1$ .

$$\text{Ca urmare } d(m, n) = d(1, n) = \frac{|n - (n+20)|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{20}{5} = 4.$$

5. Se consideră ecuația trigonometrică:  $\cos(2x) + \sin(x) = 0$ . Fie  $x_1, x_2, x_3$  cele mai mici trei soluții strict pozitive ale acestei ecuații, ordonate crescător ( $x_1 < x_2 < x_3$ ). Sunt cele soluții termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice? Care este rația  $r$  a acestei progresii?

a) cele trei soluții nu sunt termenii unei progresii aritmetice; b)  $r = \frac{2\pi}{3}$ ; c)  $r = \frac{\pi}{3}$ ; d)  $r = \frac{\pi}{2}$ ; e)  $r = \frac{8\pi}{3}$ ;

**R:** b)  $r = \frac{2\pi}{3}$ ;

Rezolvare

$\cos(2x) + \sin(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2(x) + \sin(x) = 0$ . Notăm  $s = \sin(x)$  și obținem ecuația  $2s^2 - s - 1 = 0$  cu soluțiile  $s_1 = 1$  și  $s_2 = -\frac{1}{2}$ . Din  $\sin(x) = 1$  obținem  $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ , iar din  $\sin(x) = -\frac{1}{2}$  obținem  $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{6} + n\pi$ . Deci soluțiile pozitive sunt din mulțimea  $\{\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots\} \cup \{\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \dots\}$ . Deci  $x_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $x_2 = \frac{7\pi}{6}$ ,  $x_3 = \frac{11\pi}{6}$ . Cum  $\frac{7\pi}{6} = \frac{\frac{\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}}{2}$ , soluțiile  $x_1, x_2, x_3$  sunt în progresie aritmetică, iar  $r = x_3 - x_2 = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$ .

6. Fie  $S = \{z \in \mathbb{C}^* : |z + \frac{3}{z}| = 2\}$ . Notăm  $A = 2$ ,  $B = \frac{\sqrt{3}+3}{2}$ ,  $C = \frac{\sqrt{10}+1}{2}$ ,  $D = 3$ ,  $E = \frac{7}{2}$  și  $M = \max\{|z| : z \in S\}$ . Atunci

a)  $M = A$ ; b)  $M = B$ ; c)  $M = C$ ; d)  $M = D$ ; e)  $M = E$ ;

**R:** d)  $M = D$ ;

Rezolvare. Pentru  $z \in S$  avem  $2 = |z + \frac{3}{z}| \geq |z| - \frac{3}{|z|}$ . Notând  $r = |z| > 0$  obținem  $2r \geq r^2 - 3 \Leftrightarrow r^2 - 2r - 3 \leq 0 \Leftrightarrow r \in [-1, 3]$ . Deci  $r \leq 3$  și  $M \leq 3$ . Pentru  $z = 3i$ , avem  $|z + \frac{3}{z}| = |3i - i| = 2$ , de unde rezultă  $3i \in S$  și  $M \geq |3i| = 3$ . Așadar  $M = 3$ .

7. Pentru orice număr real  $r$  se consideră matricea  $C(r) = \begin{pmatrix} 1 + 2r & -4r \\ 3r & 1 - 6r \end{pmatrix}$ .  
Observați că  $C(x)C(y) = C(x + y - 4xy)$  pentru orice  $x$  și  $y$ . Să se de-

termine numărul real  $x$  care verifică ecuația  $C(1)C(\frac{1}{2})\dots C(\frac{1}{2026}) + C(x) =$   
 $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ .

a)  $x = \frac{1}{2}$ ; b)  $x = \frac{3}{2}$ ; c)  $x = \frac{5}{2}$ ; d)  $x = \frac{5}{4}$ ; e)  $x = \frac{3}{4}$ ;

**R:** e)  $x = \frac{3}{4}$ ;

Rezolvare

Avem  $C(x)C(y) = C(y)C(x)$  și înlocuind  $y = \frac{1}{4}$  în  $C(x)C(y) = C(x + y - 4xy)$ ,  
 obținem  $C(x)C(\frac{1}{4}) = C(\frac{1}{4})$  pentru orice  $x$ . În consecință,  $C(1)C(\frac{1}{2})\dots C(\frac{1}{2026})$   
 $= C(1)\dots C(\frac{1}{4})\dots C(\frac{1}{2026}) = C(\frac{1}{4})$ . Deci  $C(1)C(\frac{1}{2})\dots C(\frac{1}{2026}) + C(x) =$   
 $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow C(\frac{1}{4}) + C(x) = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \frac{5}{2} + 2x & -1 - 4x \\ \frac{3}{4} + 3x & \frac{1}{2} - 6x \end{pmatrix} =$   
 $\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$ .

**8.** Pe mulțimea  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție

$$x * y = (\log_5(x^2 + 9) - 2)(\log_5(y^2 + 9) - 2) + 4.$$

Atunci  $1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2026}) \dots) + (-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * \sqrt[3]{-2026}) \dots)$   
 este

a) 0; b) 2 c) 5; d) expresia nu este corect definită; e) 8;

**R:** e) 8;

Rezolvare

Pentru  $y$  cu proprietatea  $\log_5(y^2 + 9) - 2 = 0$ , avem  $x * y = 4$  pentru  
 orice  $x$ . Dar  $\log_5(y^2 + 9) - 2 = 0 \Leftrightarrow y^2 + 9 = 5^2 \Leftrightarrow y^2 = 16 \Leftrightarrow$   
 $y = \pm 4$ . Așadar,  $x * 4 = 4$ , și cum legea de compoziție este comutativă, rezultă  
 că  $4 * x = x * 4 = 4$  pentru orice  $x$ . Deci 4 este element absorbant. În plus,  
 pentru  $y = -4$  avem  $(-4) * x = x * (-4) = 4$  pentru orice  $x$ . Notăm  $r = \sqrt[3]{65} * (\sqrt[3]{66} * (\sqrt[3]{67} * \dots * \sqrt[3]{2026}) \dots)$ ,  
 ținem cont că  $\sqrt[3]{64} = 4$ , elementul absorbant, și rescriem

$$1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2026}) \dots) = 1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * (\sqrt[3]{63} \dots * (\sqrt[3]{64} * r)) \dots)) \dots$$

$$= 1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * (\sqrt[3]{63} * 4)) \dots) = 1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * (\sqrt[3]{62} * 4)) \dots) = \dots$$

$$= 4.$$

Notăm  $t = \sqrt[3]{-65} * (\sqrt[3]{-66} * (\sqrt[3]{-67} * \dots * \sqrt[3]{-2026}) \dots)$ , ținem cont că  $\sqrt[3]{-64} =$   
 $-4$ ,  $(-4) * t = 4$ , elementul absorbant, și rescriem  $(-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * \sqrt[3]{-2026}) \dots)$

$$= (-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * (\sqrt[3]{-63} \dots * (\sqrt[3]{-64} * t)) \dots)) \dots$$

$$= (-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * (\sqrt[3]{-63} \dots * ((-4) * t)) \dots)) \dots$$

$$= (-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * (\sqrt[3]{-63} \dots * 4) \dots)) = 4.$$

Ca urmare,  $1 * (\sqrt[3]{2} * (\sqrt[3]{3} * \dots * \sqrt[3]{2026}) \dots) + (-1) * (\sqrt[3]{-2} * (\sqrt[3]{-3} * \dots * \sqrt[3]{-2026}) \dots)$   
 $= 4 + 4 = 8$ .

**9.** Se consideră o funcție  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  care verifică relația  $f(-x) - xf(x) =$   
 $\sqrt{1 + x^2}$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ . Pentru funcția  $f$  care verifică relația se definește

mulțimea  $S = \{m \in \mathbb{R} : \text{ecuația } f(x) = m \text{ are exact 2 soluții reale distincte}\}$ .  
Atunci

a)  $S = \emptyset$ ; b) Nu există funcții  $f$  care să verifice relația din enunț; c)  $S = \mathbb{R}$ ;  
d)  $S = (-1, \sqrt{2})$ ; e)  $S = (1, \sqrt{2})$ ;

**R:** e)  $S = (1, \sqrt{2})$ ;

Rezolvare. Avem  $f(-x) - xf(x) = \sqrt{1+x^2}$  și înlocuind  $x$  cu  $-x$  obținem  
 $f(x) + xf(-x) = \sqrt{1+x^2}$ . Așadar,  $\begin{cases} f(-x) - xf(x) = \sqrt{1+x^2} \\ xf(-x) + f(x) = \sqrt{1+x^2} \end{cases}$ , de  
unde prin adunarea ecuațiilor obținem  $(x^2 + 1)f(x) = \sqrt{1+x^2}(-x+1)$  sau  
echivalent  $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}(1-x)}{x^2+1} = \frac{1-x}{\sqrt{1+x^2}}$ . Studiem variația funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
,  $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{1+x^2}}$  pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  (singura funcție care verifică relația im-  
pusă). Calculăm derivată  $f'(x) = \frac{-\sqrt{1+x^2} - (1-x) \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{-x-1}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}$ . Avem  
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ , funcția este strict crescătoare pe  $(-\infty, -1]$  și strict  
descrescătoare pe  $[-1, \infty)$ . Pe de altă parte  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(\frac{1}{x}-1)}{|x|\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} =$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(\frac{1}{x}-1)}{-x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\frac{1}{x}-1)}{-\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = \frac{-1}{-1} = 1$ ,  $f(-1) = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$   $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$   
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(\frac{1}{x}-1)}{x\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\frac{1}{x}-1)}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = -1$ . Deoarece  $f$  este continuă și strict crescătoare  
pe  $(-\infty, -1]$ , rezultă  $f((-\infty, -1]) = (1, \sqrt{2}]$ . Similar,  $f([-1, \infty)) = (-1, \sqrt{2}]$ .  
Așadar,

- pentru  $m \in \mathbb{R} \setminus (-1, \sqrt{2}]$  ecuația  $f(x) = m$  nu are soluții reale
- pentru  $m \in (-1, 1]$  ecuația  $f(x) = m$  are o soluție (în intervalul  $[-1, \infty)$ )
- pentru  $m \in (1, \sqrt{2})$  ecuația  $f(x) = m$  are o soluție în intervalul  $(-\infty, -1)$  și  
o soluție în intervalul  $(-1, \infty)$ .
- pentru  $m = \sqrt{2}$ , ecuația  $f(x) = m$  are o soluție ( $x = -1$ ).

Ca urmare  $S = (1, \sqrt{2})$ .

**10.** Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 3^x - (\frac{1}{3})^x, & x < 0 \\ \ln(x+1), & x \geq 0 \end{cases}$ . Notăm cu  $F$

primitiva funcției  $f$  cu proprietatea că  $F(-1) = \frac{4}{3 \ln 3}$  și cu  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^2}^x f(t) dt}{x^4} + F(x+2)$ .

Atunci

a)  $f$  nu admite primitive; b)  $L$  este nedefinită (nu există limita); c)  $L = -\frac{3}{2} + 2 \ln 3$ ; d)  $L = \frac{1}{2} + \ln 3$ ; e)  $L = -\frac{3}{2} + \ln 3$ ;

**R:** c)  $L = -\frac{3}{2} + 2 \ln 3$ ;

Rezolvare

Funcția este continuă, deci admite primitive. Avem  $\int 3^x - (\frac{1}{3})^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} -$   
 $\frac{(\frac{1}{3})^x}{\ln \frac{1}{3}} + C = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{(\frac{1}{3})^x}{\ln 3} + C$  și  $\int \ln(x+1) dx = \int (x)' \ln(x+1) dx = x \ln(x+1) -$

$\int x (\ln(x+1))' dx = x \ln(x+1) - \int \frac{x}{x+1} dx = x \ln(x+1) - \int 1 - \frac{1}{x+1} dx = x \ln(x+1) - x + \ln(x+1) + C = (x+1) \ln(x+1) - x + C$ . Așadar o primitivă

$$F \text{ a funcției } f \text{ este de forma } F(x) = \begin{cases} \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{(\frac{1}{3})^x}{\ln 3} + c_1, & x < 0 \\ c_2, & x = 0 \\ (x+1) \ln(x+1) - x + c_3, & x > 0 \end{cases}$$

$F$  este derivabilă, deci continuă și în consecință  $\lim_{x \rightarrow 0^-} F(x) = F(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$

$\Leftrightarrow \frac{2}{\ln 3} + c_1 = c_2 = c_3$ . Pe de altă parte, dacă impunem condiția  $F(-1) = \frac{4}{3 \ln 3}$ , obținem  $\frac{1}{\ln 3} (\frac{1}{3} + 3) + c_1 = \frac{4}{3 \ln 3}$ , de unde rezultă  $c_1 = -\frac{2}{\ln 3}$ . ținând cont de de condiția de continuitate pentru  $F$  în 0, deducem  $c_2 = c_3 = 0$ . În consecință, primitiva  $F$  a funcției  $f$  care verifică  $F(-1) = \frac{4}{3 \ln 3}$  este  $F(x) =$

$$\begin{cases} \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{(\frac{1}{3})^x}{\ln 3} - \frac{2}{\ln 3}, & x < 0 \\ (x+1) \ln(x+1) - x, & x \geq 0 \end{cases} .$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^2}^{x^2} f(t) dt}{x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x^2) - F(-x^2)}{x^4} = \left[ \frac{0}{0} \right].$$

$$\text{Din } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(F(x^2) - F(-x^2))'}{(x^4)'} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)2x + f(-x^2)2x}{4x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2) + f(-x^2)}{2x^2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2)}{2x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-x^2)}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2+1)}{2x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{-x^2} - (\frac{1}{3})^{-x^2}}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \ln(1+x^2)^{\frac{1}{x^2}}$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \left( \frac{(\frac{1}{3})^{x^2} - 1}{x^2} - \frac{3^{x^2} - 1}{x^2} \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} (\ln \frac{1}{3} - \ln 3) = \frac{1}{2} - \ln 3, \text{ aplicăm L'Hospital,}$$

obținem

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x^2) - F(-x^2)}{x^4} = \frac{1}{2} - \ln 3. \text{ În consecință, } L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_{-x^2}^{x^2} f(t) dt}{x^4} + F(x+2) = \frac{1}{2} - \ln 3 + F(2) = \frac{1}{2} - \ln 3 + 3 \ln 3 - 2 = -\frac{3}{2} + 2 \ln 3.$$

**Notă.** Timp de lucru: 2 ore

Fiecare întrebare are un singur răspuns corect. Se acordă 10 puncte pentru un răspuns corect. Punctajul maxim este 100.