

NR CONTRACT: 2987/11.10.2005

Programul:	Cercetare de Excelenta
Modul: II	Proiecte de Dezvoltare a Resurselor Umane pentru Cercetare
Tipul proiectului:	Proiecte de cercetare de excelenta pentru tinerii cercetători
Cod proiect:	ET 65/2005

Denumirea Proiectului: MORFISME GENERALIZATE DE GRUPOIZI

Director de proiect:

conf. dr. Mădălina Roxana Buneci- Univ. Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu

Membrii echipei de cercetare:

lector drd. Novac Claudiu Chiriac- Univ. Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu

asistent drd. Dragoș Pătru Covei - Univ. Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu

lector dr. Sorin-Mirel Stoian- Univ. Petroșani

Raport final

1. Obiectivele științifice prevăzute

Ideea lui Alain Connes de a asocia o C^* -algebra $C^*(G)$ unui grupoid G joacă un rol important nu doar în geometria necomutativă ci și în fizică. În geometria necomutativă, $C^*(G)$ înlocuiește un spațiu cât patologic printr-un spațiu necomutativ potrivit, în timp ce în fizică, $C^*(G)$ dă algebra observabilelor unui sistem cuantic ale cărui simetrii sunt exprimate prin G . Se pune următoarea întrebare: este aplicația $G \rightarrow C^*(G)$ functorială?. Mai precis, care este noțiunea potrivită de morfism de grupoizi și care noțiune de C^* -categorie trebuie utilizată? Este cunoscut faptul că noțiunea standard de homomorfism de grupoizi (o aplicație ce satisface condiții evidente de compatibilitate cu structura grupoidului) nu poate fi utilizată. Argumentarea se bazează pe faptul că în cazul grupurilor C^* -functorul ar fi covariant, în timp ce în cazul spațiilor C^* -functorul ar fi contravariant.

Scopul acestui proiect este de a introduce noțiuni de morfisme de grupoizi (în sens generalizat) pentru a obține aplicații functoriale de la categorii de grupoizi (înzestrați cu diverse structuri) la categorii corespunzătoare de C^* -algebre. Introducerea noilor noțiuni de morfisme vizează:

- grupoizii local-compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar
- grupoizii borelieni
- grupoizii topologici non-Hausdorff

2. Principalele rezultate științifice

Noțiunea de morfism de grupoizi local compacți care a fost introdusă în lucrarea:

M. Buneci și P. Stachura, *Morphisms of locally compact groupoids endowed with Haar systems*, arXiv: math.OA/05101613 (31 pagini).

poate fi privită ca o extindere a noțiunii de morfism ca relație introdusă de Zakrzewski în cazul algebric-*Quantum and Classical pseudogroups I*. Comm. Math. Phys. **134** (1990), 347-370. Spre deosebire de lucrările lui Zakrzewski, în această lucrare morfismele sunt definite în termeni de acțiuni de grupoizi- un morfism de la un grupoid Γ la un grupoid G este dat de o acțiune la stânga a lui Γ pe G care comută cu multiplicarea pe G (privită ca acțiune la dreapta a lui G pe G). Aplicațiile moment ale acțiunilor considerate nu sunt presupuse surjective și nici deschise. De asemenea, acțiunile la stânga nu sunt presupuse proprii, și nici libere. Aceasta face ca noțiunea de morfism utilizată să fie diferită de diversele noțiuni de corespondențe utilizate de M. Macho-Stadler și M. O'uchi (*Correspondences and groupoids*. Proceedings of the IX Fall Workshop on Geometry si Physics, Publicaciones de la RSME, **3** (2000), 233-238), C. Anantharaman-Delaroche și J. Renault (*Amenable Groupoids*. Monographie de L'Enseignement Mathematique **36**, Geneve, 2000) sau de J.L. Tu (*Non-Hausdorff Grupoizi, Proper Actions si K-Theory*. Documenta Math.**9** (2004) 565-597). Totodată noțiunea de morfism introdusă (care nu presupune că acțiunea este proprie și nici tranzitivă de-a lungul fibrelor) este distinctă de cea de "bibundle" a lui N.P. Landsman (*Operator algebras si Poisson manifolds associated to groupoids*. Comm. Math. Phys. **222** (2001), 97-116). În plus, noțiunea utilizată de Landsman este definită în contextul particular al grupoizilor Lie. În cazul grupoizilor Lie problema dependenței de sistemele Haar nu se pune, deoarece pe grupoizii Lie există o modalitate canonică de alegere a unui sistem Haar, pe când în cazul general local compact nu există nici o proprietate de unicitate evidentă sau vreo posibilitate de alegere canonică a sistemului Haar. Structura topologică a grupoizilor considerați în acest proiect și sistemele Haar cu care s-au presupus înzestrați au impus introducerea unor condiții suplimentare (de compatibilitate cu sistemele Haar). S-a obținut astfel o categorie de grupoizi local compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar.

De asemenea s-a introdus o nouă C^* -algebră asociată unui grupoid local compact generalizându-se construcția făcută de P. Stachura în cazul grupoizilor diferentiabili. Modalitatea în care s-a construit această C^* -algebră a făcut posibilă stabilirea ușoară a legăturii dintre ea și C^* -algebrele obișnuite asociate grupoizilor local compacți: C^* -algebra construită este inclusă în C^* -algebra redusă și conține C^* algebra universală. Dacă grupoidul este (măsurabil) amenabil toate aceste algebre coincid.

Compatibilitatea morfismelor cu sistemele Haar a fost utilizată pentru a construi un functor covariant de la categoria grupoizilor local compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar la o C^* -categorie în sensul lui Woronowicz.

Colaborarea cu P. Stachura pentru realizarea acestei lucrări a început ca urmarea a grantului HPRN-CT-2002-0277 (în cadrul programului internațional Postdoctoral Training Program "Analysis and Quantum", finanțat în FP5). Finalizarea acestei lucrări a fost posibilă și datorită grantului CEEX (modulul 3) PR-D11-PT00-48/2005 care a permis

invitarea în iulie 2006 a lui P. Stachura la universitatea noastră. Acesta este motivul pentru care pe lucrare se precizează suport parțial din granturile MedC-ANCS ET65/2005, MedC-ANCS PR-D11-PT00-48/2005 și HPRN-CT-2002-0277.

Lucrarea

M. Buneci, *Groupoid categories*, acceptată pentru publicare în Proceedings of Operator Algebras and Mathematical Physics Conference, București, 2005.

conține următoarele rezultate:

1. caracterizări ale noțiunii de morfism introdusă în lucrarea *Morphisms of locally compact groupoids endowed with Haar systems* (M. Buneci și P. Stachura), exprimate în termeni de homomorfisme de produse semi-directe de grupoizi.

2. se arată că noțiunea de izomorfism din noua categorie coincide cu noțiunea clasică de izomorfism de grupoizi (homomorfism care în plus, este aplicație bijectivă).

3. se stabilesc condiții în care un morfism (în sens generalizat) transportă sistemele Haar

4. se stabilesc condiții în care sistemul Haar obținut prin transport satisface o condiție de compatibilitate cu morfismul (condiție de compatibilitate utilizată în *Morphisms of locally compact groupoids endowed with Haar systems* (M. Buneci și P. Stachura) pentru construcția unui functor covariant de la categoria grupoizilor local compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar la o C^* -categorie în sensul lui Woronowicz).

Condiția de compatibilitate între morfisme și sistemele Haar presupune existența unei funcții continue ale cărei restricții la diverși subgrupoizi să joace rol de derivate Radon-Nikodym. În lucrarea

M. Buneci, *Borel morphisms and C^* -algebras*, acceptată spre publicare în Proceedings of 21st International Conference on Operator Theory, Timișoara, 2006.

se înlocuiește acea condiție de compatibilitate (condiție ce era dificil de verificat, cu excepția unor clase particulare de grupoizi) cu o condiție mai slabă exprimată în termeni de măsuri cvasi-invariante. Se arată că oricărui morfism definit prin acțiuni boreliene (pe grupoizi local compacți Hausdorff cu bază numărabilă, priviți ca grupoizi borelieni), care satisface în plus această condiție de compatibilitate mai slabă, i se poate asocia o familie de reprezentări. Se arată că fiecare reprezentare din familie este non-degenerată și se construiește o nouă C^* -algebră $C^*(G)$ asociată unui grupoid G în termeni de morfisme boreliene

În lucrarea

M. Buneci, *C^* -Norms on the Algebra of Continuous Functions with Compact Support on a Locally Compact Groupoid*, An. Univ. Timisoara Ser. Mat.-Inform., **45**(2007) no. 1, 91-108 [ISSN 1224-970X].

se definesc, în termeni de morfisme, C^* -norme pe algebra funcțiilor continue cu suport compact pe un grupoid local compact înzestrat cu un sistem Haar (văzută ca algebră în raport cu convoluția și involuția obișnuite) și de asemenea se stabilesc diverse relații între C^* -normele introduse.

Pentru ca unui morfism să i se poată asocia o C^* -seminormă trebuie să fie îndeplinită o anumită condiție de compatibilitate cu sistemele Haar, condiție ce a fost utilizată în etapele precedente pentru construcția unui functor covariant de la categoria grupoizilor local compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar la o C^* -categorie în sensul lui Woronowicz. În lucrarea

M. Buneci, *Haar systems compatible with groupoid morphisms*, An. Univ. Timisoara Ser. Mat.-Inform., **44**(2006) no. 2, 19-32 [ISSN 1224-970X].

se stabilesc condiții topologice astfel încât dându-se o acțiune continuă a unui grupoid Γ pe un grupoid G ce comută cu multiplicarea pe G și un sistem Haar λ pe Γ să existe un sistem Haar ν pe G astfel încât morfismul definit de acțiune să fie compatibil cu cele două sisteme Haar. Spre deosebire de lucrarea *Groupoid categories* (M. Buneci) unde condițiile topologice erau impuse spațiului orbitelor grupoidului acțiune în această lucrare, condițiile care asigură compatibilitate cu sistemele Haar sunt impuse spațiului orbitelor lui G .

În lucrarea

M. Buneci, *A category of singly generated dynamical systems*, trimisă spre publicare în Proceedings of ICDS International Conference on Dynamical Systems 2007, Bolu (Turcia).

am considerat categoria sistemelor dinamice de forma (S, σ) , unde S este un spațiu local compact iar $\sigma : S \rightarrow S$ este un homeomorfism local. Unui astfel de sistem dinamic Renault i-a asociat un grupoid r -discret $G(S, \sigma)$ ["Cuntz-like algebras" in Operator theoretical methods (Timișoara, 1998)]. În categoria acestor sisteme dinamice am considerat drept morfism $G(S_1, \sigma_1) \xrightarrow{h} G(S_2, \sigma_2)$ o acțiune continuă la stânga a lui $\Gamma(S_2, \sigma_2)$ pe $G(S_1, \sigma_1)$ ce comută cu multiplicarea pe $G(S_1, \sigma_1)$ (cu alte cuvinte un morfism topologic de la $\Gamma(S_2, \sigma_2)$ la $G(S_1, \sigma_1)$ în sensul introdus în etapele precedente). Am arătat că

1. orice morfism $G(S, \sigma) \xrightarrow{h} \Gamma$ este determinat de o acțiune (la stânga) continuă a lui Γ pe S cu aplicația moment ρ_h și de un homomorfism de grupoizi $\theta: \Gamma * S \rightarrow \mathbf{Z}$:

$$\gamma \bullet_h (s, m, t) = (\gamma \bullet s, \theta(\gamma, s) + m, t),$$

unde

$$\Gamma * S = \{(\gamma, s) \in \Gamma \times X : d(\gamma) = \rho_h(s)\}$$

este grupoidul acțiune.

2. pentru astfel de grupoizi condiția de compatibilitate cu sistemele Haar pe G și Γ este întotdeauna îndeplinită.

3. pentru orice morfism $G(S, \sigma) \xrightarrow{h} \Gamma(X, \gamma)$ și orice f funcție continuă cu suport compact f pe $\Gamma(X, \gamma)$ aplicația

$$\hat{h}(f)(s, m, t) = \sum_{\substack{\gamma \in \Gamma, r(\gamma) = \rho_h(s) \\ \gamma^{-1} \bullet s = t, \theta(\gamma^{-1}, s) = -m}} f(\gamma), (sm, t) \in G(S, \sigma)$$

se extinde la un *-homomorphism $C^*(h): C^*_{\text{full}}(\Gamma) \rightarrow C^*_{\text{full}}(G)$. Am construit astfel un functor $G(S, \sigma) \rightarrow C^*_{\text{full}}(G)$ de la categoria grupozilor ce provin din astfel de sisteme dinamice la categoria C^* -algebrelor.

Foarte multe exemple naturale de grupoizi topologici (ca de exemplu, grupoizii proveniți din foliații) sunt non-Hausdorff. Noțiunilor de morfisme topologice definite în etapele precedente ale proiectului pot fi extinse fără dificultate în contextul non-Hausdorff. Ceea ce pune probleme este obținerea unei aplicații functoriale de la categoria grupozilor non-Hausdorff la o categorie de C^* -algebre. Pentru a obține o astfel de aplicație functorială este necesară introducerea unei noi C^* -algebre asociate grupoidului, iar definirea C^* -normei impune condiții de compatibilitate cu sistemele Haar. Construcția C^* -algebrei asociată unui grupoid local compact Hausdorff (introdusă în prima etapă a acestui proiect) se baza pe faptul că în raport cu convoluția (asociată unui sistem Haar) și involuția uzuală spațiul funcțiilor continue cu suport compact pe un grupoid devine $*$ -algebră. În cazul non-Hausdorff spațiul funcțiilor continue cu suport compact nu poate fi transformat în mod natural într-o algebră de convoluție și este prea mic pentru a captura structura topologică grupoidului. În lucrarea

M. Buneci, *Measurable morphism*, manuscris.

s-a construit o de C^* -algebră, într-un context mai general și anume cel al grupozilor cu măsură. Fiecare grupoid a fost înzestrat cu o σ -algebră de submulțimi și suplimentar cu o familie de mulțimi numite mulțimi „mărginite”. Grupoidul măsurabil a fost definit ca fiind un grupoid a cărui structură este compatibilă cu σ -algebra și în plus, având aplicațiile produs și inversare „mărginite pe mulțimile mărginite”. De asemenea grupoidul a fost înzestrat cu un sistem de măsuri având proprietăți similare unui sistem Haar borelian la care se adaugă condiția de „mărginire pe mulțimi mărginite”. Fiecărui grupoid măsurabil înzestrat cu un astfel de sistem Haar și o măsură cvasi invariantă i s-a asociat o C^* -algebră și s-a arătat că asocierea respectivă are un caracter functorial. Un grupoid topologic local-compact local Hausdorff poate fi privit ca un grupoid măsurabil în sensul de mai sus considerând σ -algebra generată de mulțimile deschise și luând drept familie de mulțimi „mărginite” mulțimile relativ compacte.

Următoarele rezultate obținute în proiect privesc geometria diferențială și mecanica relativistă. În lucrarea

N. Chiriac, *Normal anti-invariant submanifolds of paraquaternionic Kähler manifolds*. *Surv. Math. Appl.* **1** (2006), 99-109. . [ISSN 1842-6298]

se definesc varietățile normal anti-invariante ale varietăților paracuaternionice Kähler și se studiază structurile geometrice induse pe ele. Se stabilesc condiții necesare și suficiente pentru integrabilitatea distribuțiilor definite pe o subvarietate normal anti-invariantă. De asemenea se prezintă caracterizări ale produselor local (global) anti-invariante. Lucrările

I. Chiriac și N. Chiriac, *Studiul marimilor fizice cuadritensoriale în mecanica relativistă*, Sesiunea de comunicări științifice „Globalizare și identitate”, Universitatea Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu, 2 -3 iunie 2006, vol. I, 495-498.

și

I. Chiriac si N. Chiriac, *Studiul legilor de conservare ale marimilor relativiste*, Sesiunea de comunicări științifice „Globalizare și identitate”, Universitatea Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu, 2 -3 iunie 2006, vol. I, 499-502.

sunt axate pe studiul legilor de conservare în mecanica relativistă.

Un alt grup de rezultate obținute în acest proiect vizează îmbunătățirea modelului Eddington în care intervine operatorul lui Laplace cu aplicare în modelele staționare radial simetrice și modelul M.C. Pelissier (unde sunt modelate fenomene fizice prin operatorul general p -laplacian). Aceste rezultate se găsesc în lucrările:

D. Covei, *A few results about the p -Laplace's operator*, acceptată pentru publicare în Proceedings of the International Conference on Theory and Applications of Mathematics and Informatics (ICTAMI 2005). *Acta Univ. Apulensis Math. Inform.* No. **10** (2005). [ISSN 1582-5329].

D. Covei, *Existence and uniqueness of positive solutions to a quasilinear elliptic problem in \mathbf{R}^N* , Electron. J. Differential Equations 2005, paper no. 139, 15 pp. [ISSN 1072-6691].

D. Covei, *Existence of positive solutions to a semilinear problems*. An. Univ. Oradea Fasc. Mat. **13** (2006), 125-132. [ISSN 1221-1265] MR2244717 (2007d:35082).

De asemenea rezultate privind problemele la limită semiliniare și cvasiliniare au fost stabilite și în

D. Covei, *Existence of positive solution to a quasilinear elliptic problem in \mathbf{R}^N* , Surv. Math. Appl. **1** (2006), 111-116. [ISSN 1842-6298].

D. Covei, *Remark to a quasilinear problem in \mathbf{R}^N* , Proceedings of MENP-4 (4th International Colloquium “Mathematics in Engineering and Numerical Physics), București, octombrie 2006.

D. Covei, *Existence results for semilinear elliptic boundary value problems*, pentru Proceedings of Equadiff conference, Viena 2007.

Următoarele rezultate vizează caracterizarea spectrului și a razei spectrale pentru operatorii universal mărginiți (pe spații local convexe). Lucrarea

S. Stoian, *Spectral sets for universally bounded operators*, arXiv: math.FA/0511671 (23 pagini).

are drept scop studierea operatorilor mărginiți pe spații local convexe și în particular caracterizarea spectrului și a razei spectrale pentru operatorii universal mărginiți. Teoria spectrală pentru operatorii mărginiți definiți pe spații Banach reprezintă modelul pentru rezultatele obținute în această lucrare. Astfel, dacă $T \in Q_{\mathbf{P}}(X)$ raza \mathbf{P} -spectrală, notată $r_{\mathbf{P}}(T)$ este considerată ca fiind raza de mărginire în sensul lui Allan. Având în vedere particularitățile algebrei $Q_{\mathbf{P}}(X)$ raza \mathbf{P} -spectrală satisface majoritatea proprietăților razei de mărginire a unui element dintr-o algebră m -convexă.

Este demonstrat că dacă T este un operator mărginit în $Q_P(X)$ iar X este un spațiu local convex semicomplet, atunci $|\sigma(Q_P, T)| = r_P(T)$ și pentru orice $|\lambda| > r_P(T)$ seria Neumann $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{T^n}{\lambda^{n+1}}$ este convergentă în $Q_P(X)$ la $R(\lambda, T)$. Folosind egalitățile

$$\sigma_{lm}(T) = \sigma(Q, T) = \sigma(T),$$

se arată că

$$r_{lm}(T) = |\sigma(T)| = |\sigma_{lm}(T)| = |\sigma(Q, T)|,$$

acesta reprezentând principalul rezultat care permite studiul mulțimii spectrale a unui operator local mărginit T pe un spațiu local convex semicomplet. Ca și în cazul Banach se arată că mulțimea spectrală $\sigma(T)$ este compactă, iar mulțimea rezolvantă $\rho(T)$ este domeniul de analiticitate al rezolvantei.

În lucrarea

M. Stoian, *A Functional Calculus for Quotient Bounded Operators*, Surv. Math. Appl., 1 (2006), 61-70. [ISSN 1842-6298].

se prezintă o generalizare a calculului funcțional clasic (pentru operatorii mărginiți pe spații Banach) la elementele mărginite ale algebrei operatorilor q -mărginiți pe un spațiu local convex.

În lucrarea

M. S. Stoian, *Quasi-nilpotent operators on locally convex spaces*, arXiv: math.FA/0708.1819 (13 pagini).

se prezintă extinderea noțiunii de echivalență de operatori q -nilpotenți introdusă de Colojoară și Foiș [Theory of Generalized Spectral Operators, Gordon and Breach, Science Publishers, New York-London-Paris, 1968] la spațiile local convexe

Din cele de mai sus rezultă că obiectivele propuse au fost îndeplinite, obținându-se și rezultate suplimentare.

3. Dezvoltarea resursei umane

Abordarea temei propuse în acest proiect a necesitat combinarea unor elemente de analiză funcțională (în particular, teoria algebrelor de operatori) cu analiză matematică, și teoria categoriilor. De asemenea, rezultatele obținute au aplicații potențiale în fizica și geometria necomutativă. Ca urmare, proiectul a determinat lărgirea orizontului matematic. Pentru aprofundarea cunoștințelor în domeniile precizate mai sus (precum și pentru armonizarea cunoștințelor membrilor echipei), începând din luna octombrie 2005, la Departamentul de Matematică al Universității Constantin Brâncuși se desfășoară (săptămânal) un seminar despre *Algebre de convoluție asociate grupoizilor și aplicații*. Legat de obiectivele proiectului în cadrul acestui seminar membrii echipei au prezentat următoarele teme:

1. Grupoizii ca generalizări ale grupurilor, relațiilor de echivalență, mulțimilor, și acțiunilor grupurilor pe mulțimi (M. Buneci).

2. Grupoizi topologici și grupoizi borelieni (standard și analitici) (M. Buneci)
3. Măsuri pe grupoizi. Sistemul Haar pe grupoizi-analogul măsurii Haar pe grupurile local compacte (M. Buneci)
4. Convoluția pe grupoizi. Algebra funcțiilor continue cu suport compact definite pe un grupoid (M. Buneci).
5. Reprezentări de grupoizi în fibrare Hilbert (M. Buneci)
6. Legătura dintre reprezentările grupoidului și cele ale algebrei funcțiilor continue cu suport compact (M. Buneci).
7. Instrumente ale geometriei necomutative. Cum intervin grupoizii în geometria necomutativă (M. Buneci).
8. Sisteme de măsuri pe grupoizii borelieni. Descompuneri ale sistemelor de măsuri pe grupoizi (M. Buneci).
9. Acțiuni pe grupoizi. Noțiunile de echivalență Morita și de similaritate pentru grupoizi. Grupoizi borelieni echivalenți. (M. Buneci)
10. Caracterizarea spectrului și a razei spectrale pentru operatorii universal mărginiți (M. Stoian)
11. Calcul funcțional pentru operatorii q-mărginiți. (M. Stoian)
12. Probleme de reacție-difuzie (D. Covei).
13. Aplicații ale punctului critic și principii de maxim în studiul problemelor semiliniare și cvasiliniare (D. Covei)
14. Mărimi fizice cuadritensoriale în mecanica relativistă (N. Chiriac)
15. Grupoizi diferențiali (N. Chiriac)
16. Grupoizi topologici non-Hausdorff (M. Buneci)

De asemenea în cadrul acestui seminar P: Stachura (Universitatea din Varșovia) a făcut o prezentare „Groupoid morphisms and convolution algebras”.

O parte din fondurile din acest proiect au fost destinate mobilităților (participări la manifestări științifice desfășurate în țară), urmărindu-se pe de o parte îmbunătățirea documentării, iar pe de altă parte creșterea capacității de comunicare, de prezentare a ideilor și rezultatelor.

Doctoranzii din echipa proiectului s-au pregătit și în cadrul programului lor de doctorat. Astfel, N. Chiriac a susținut în cadrul programului de doctorat examenul “Elemente de topologie algebrică (omotopie, omologie și coomologie)” și a pregătit referatele “Conexiuni liniare pe spații fibrare vectoriale” și „Coomologia varietăților diferențiale, teorie Hodge- de Rham, teoreme de anulare”. În plus, D. Covei și-a perfecționat pregătirea prin frecventarea cursurilor postuniversitare de „Tehnologia informațiilor și comunicațiilor”.

4. Mobilități (vizite de studiu , participări la manifestări științifice interne și internaționale în concordanță cu tematica grantului)

- 1) M. Buneci, OT21 (International Conference on Operator Theory) Timișoara, 29 iunie-4 iulie 2006. Titlul comunicării: *Borel morphisms and C*-algebras*.

- 2) M Buneci, Workshop OMA2006 (Operatorial Models and Applications). *Conference on Operator Theory*) Timișoara, 29 iunie-4 iulie 2006. Titlul comunicării: *Groupoid C^* -algebras*.
- 3) M Buneci, ICM2006 (International Congress of Mathematicians) , Madrid 21-31 august 2006. Titlul comunicării: *Groupoid morphisms*.
- 4) M. Buneci, MENP-4 (4th International Colloquium “Mathematics in Engineering and Numerical Physics), București, 6-8 octombrie 2006. Titlul comunicării: *Haar systems compatible with groupoid morphisms*.
- 5) M. Buneci, ICDS International Conference on Dynamical Systems 2007, 25-30 iunie 2007 Bolu (Turcia). Titlul comunicării: *A category of singly generated dynamical systems*.
- 6) N. Chiriac, Workshop OMA2006 (*Operatorial Models and Applications*). Titlul comunicării: *Normal Anti-Invariant Submanifolds of Paraquaternionic Kahler Manifolds*.
- 7) D. Covei, ICTAMI 2005 (International Conference on Theory and Applications of Mathematics and Informatics), Albac (România), septembrie 2005- Titlul comunicării: *A few results about the p -Laplace’s operator*.
- 8) D. Covei, International Conference Several aspects of biology, chemistry, informatics, mathematics and physics, Oradea, noiembrie 2005- Titlul comunicării: *Existence of positive solutions to a semilinear problems*.
- 9) D. Covei, Euroconferences in Crete „Discontinuous change in behavior issues in partial differential equations” June 10-16, 2006, Anogia, Crete Greece. Titlul comunicării: *Semilinear and quasilinear problems*.
- 10) D. Covei, Workshop OMA2006 (Operatorial Models and Applications). Titlul comunicării: *A problem with differential equations*.
- 11) D. Covei, MENP-4 (4th International Colloquium “Mathematics in Engineering and Numerical Physics), București, 6-8 octombrie 2006. Poster: *Remark to a quasilinear problem in \mathbf{R}^N* .
- 12) D. Covei, Equadiff conference EQUADIFF07” 5-11 august 2007 „Vienna University of Technology”, Viena. Titlul comunicării: *Existence Results for Semilinear Elliptic Boundary Value Problems*.
- 13) M.S. Stoian, OT21 (International Conference on Operator Theory) Timișoara, 29 iunie-4 iulie 2006. Titlul comunicării: *Spectral properties of locally bounded operators*.
- 14) M.S. Stoian, Workshop OMA2006 (Operatorial Models and Applications). Titlul comunicării: *Bounded elements of the algebra of quotient bounded operators*.
- 15) M.S. Stoian, Colocviul săptămânal al Departamentului de Analiză Matematică de la Facultad de Ciencias Matematicas, Universidad Complutense de Madrid, 11 ianuarie 2007. Titlul prezentării: *Spectral Properties for bounded Operator son Locally Convex Spaces*.

- 16) M.S. Stoian, „Seminario de Analisis Matematico”, 22 februarie 2007, Universitatea din Valencia (Spania). Titlul prezentării: *Bounded operators on locally convex spaces*.

5. Lista lucrărilor realizate în proiect

1. M. Buneci și P. Stachura, *Morphisms of locally compact groupoids endowed with Haar systems*, arXiv: math.OA/0511613 (31 pagini) .
2. M. Buneci, *Groupoid categories*, acceptată pentru publicare în Proceedings of Operator Algebras and Mathematical Physics Conference, București, 2005 (Theta, Bucharest) (eds. F. Boca, R. Purice, S. Stratila).
3. M. Buneci, *Groupoid C^* -algebras*, Surv. Math. Appl., **1** (2006), 71-98. [ISSN 1842-6298]. MR2274294 (2007h:46067). Zbl pre05178424.
4. M. Buneci, *Grupozii în geometria necomutativă*, Sesiunea de comunicări științifice „Globalizare și identitate”, Universitatea Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu, 2 -3 iunie 2006, vol I, 425-430.
5. M. Buneci, *Borel morphisms and C^* -algebras*, acceptată pentru publicare în Proceedings of 21st International Conference on Operator Theory, Timișoara, 2006. (Theta, Bucharest) (eds. R.G. Douglas, J. Esterle, D. Gaspar, D. Timotin and F.-H. Vasilescu).
6. M. Buneci, *Haar systems compatible with groupoid morphisms*, An. Univ. Timisoara Ser. Mat.-Inform., **44**(2006) no. 2, 19-32 [ISSN 1224-970X].
7. M. Buneci, *C^* -Norms on the Algebra of Continuous Functions with Compact Support on a Locally Compact Groupoid*, An. Univ. Timisoara Ser. Mat.-Inform., **45**(2007) no. 1, 91-108 [ISSN 1224-970X].
8. M. Buneci, *A category of singly generated dynamical systems*, trimisă spre publicare în Proceedings of ICDS International Conference on Dynamical Systems 2007.
9. M. Buneci, *Groupoids and actions*, The 4th International Scientific Conference ECO-TREND 2007, November 23-24, Targu-Jiu, Romania.
10. I. Chiriac și N. Chiriac, *Studiul marimilor fizice cuadritensoriale în mecanica relativista*, Sesiunea de comunicări științifice „Globalizare și identitate”, Universitatea Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu, 2 -3 iunie 2006, vol. I, 495-498.
11. I. Chiriac și N. Chiriac, *Studiul legilor de conservare ale marimilor relativiste*, Sesiunea de comunicări științifice „Globalizare și identitate”, Universitatea Constantin Brâncuși din Târgu-Jiu, 2 -3 iunie 2006, vol. I, 499-502.
12. N. Chiriac, Normal anti-invariant submanifolds of paraquaternionic Kähler

- manifolds. *Surv. Math. Appl.* **1** (2006), 99-109. . [ISSN 1842-6298]. MR2274295 (2007i:53046).
13. N. Chiriac, *The principle of the minimum action in true time*, The 12th edition of the International Scientific Conference of the Engineering Faculty, November 23rd-24th, 2007. Nr.3/2007, 219-222.
 14. D. Covei, *A few results about the p -Laplace's operator*, acceptată pentru publicare în Proceedings of the International Conference on Theory and Applications of Mathematics and Informatics (ICTAMI 2005). *Acta Univ. Apulensis Math. Inform.* No. **10** (2005). [ISSN 1582-5329]. MR2240126. Zbl1113.35312.
 15. D. Covei, *Existence and uniqueness of positive solutions to a quasilinear elliptic problem in \mathbf{R}^N* , *Electron. J. Differential Equations* 2005, paper no. 139, 15 pp. [ISSN 1072-6691]. MR2181283 (2006h:35074). Zblpre05002708.
 16. D. Covei, *Existence of positive solutions to a semilinear problems*, *An. Univ. Oradea Fasc. Mat.* **13** (2006), 125-132. [ISSN 1221-1265] MR2244717 (2007d:35082).
 17. D. Covei, *Existence of positive solution to a quasilinear elliptic problem in \mathbf{R}^N* , *Surv. Math. Appl.* **1** (2006), 111-116. [ISSN 1842-6298]. MR2274296. Zbl pre05178426.
 18. D. Covei, *Remark to a quasilinear problem in \mathbf{R}^N* , Proceedings of MENP-4 (4th International Colloquium "Mathematics in Engineering and Numerical Physics), București, octombrie 2006.
 19. D. Covei, *Existence results for semilinear elliptic boundary value problems*, pentru Proceedings of Equadiff conference, Viena 2007.
 20. D. Covei, *Entire solution of quasilinear elliptic problem*, trimisă spre publicare
 21. M. Stoian, *A Functional Calculus for Quotient Bounded Operators*, *Surv. Math. Appl.*, **1** (2006), 61-70. [ISSN 1842-6298]. MR2274293. Zbl pre05178423.
 22. M. Stoian, *Spectral sets for universally bounded operators*, arXiv: math.FA/0511671 (23 pagini).
 23. M. Stoian, *Spectral Properties for Locally Bounded Operators*, acceptată pentru publicare în Proceedings of 21st International Conference on Operator Theory, Timișoara, 2006. (Theta, Bucharest) (eds. R.G. Douglas, J. Esterle, D. Gaspar, D. Timotin and F.-H. Vasilescu).
 24. M. Stoian, *Quasi-nilpotent operators on locally convex spaces*, arXiv: math.FA/0708.1819 (13 pagini).
 25. M. Stoian, *A Functional Calculus for Quotient Bounded Operators*, International Conference on Infinite Dimensional Analysis (Function Theory on Infinite Dimensional Spaces X), Universidad Complutense, Madrid, December 11-14, 2007.

Concluzii

În acest proiect

- s-au definit noi categorii (s-au introdus morfisme) o de grupoizi local-compacți Hausdorff înzestrați cu sisteme Haar/grupoizi borelieni/grupoizi topologici non-Hausdorff

- s-au construit C^* -algebre asociate grupoizilor în termeni de morfisme
- s-au construit aplicații functoriale de la categorii de grupoizi (înzestrați cu diverse structuri) la categorii corespunzătoare de C^* -algebre

- s-au stabilit condiții necesare și suficiente pentru integrabilitatea distribuțiilor definite pe o subvarietate normal anti-invariantă ale unei varietăți paracuaternionice Kähler.

- s-au stabilit rezultate privind existența și unicitatea unor probleme eliptice
- s-au obținut rezultate ce vizează caracterizarea spectrului și a razei spectrale pentru operatorii universal mărginiți (pe spații local convexe)

- rezultatele obținute au fost publicate/trimise spre publicare în jurnale sau în volumele unor conferințe și pe pagina WEB a proiectului:

<http://www.utgjiu.ro/math/mbuneci/project/et65.html> (versiune în limba engleză)

http://www.utgjiu.ro/math/mbuneci/project/et65_ro.html (versiune în limba română)

- s-a dezvoltat infrastructura de cercetare și documentare a Departamentului de Matematică și a Centrului de Cercetări Matematice și Aplicații (prin achiziționarea a 2 computere Pentium 4 CPU 3.00 GHz, 512 MB RAM, HDD 80GB, CDRW/DVD Combo + monitoare LCD, 17", 2 videoproiectoare (inclusiv ecrane de proiectie); licența software Scientific WorkPlace 5.5; licența software MAPLE 11; abonamente la revistele de matematica ale Academiei Romane și la MathSciNet)

- au fost deschise direcții de cercetare noi ce vor fi dezvoltate în proiecte viitoare;

- participarea la manifestările științifice internaționale a dus la sporirea contactelor academice având efect benefic asupra unor colaborări viitoare.

Director de proiect,
Conf. dr. Mădălina Roxana Buneci