STUDIUL STABILITATII DINAMICE A ELEMENTULUI ARC CU AMBELE EXTREMITATI ARTICULATE

Minodora Maria PASĂRE, *Associate Dr Eng., „Constantin Brâncuşi" University*
Aurora-Cătălina IANĂSI, *assist dr.eng., „Constantin Brâncuşi" University*
minodora_pasare@yahoo.com

ABSTRACT: Lucrarea de faţă urmăreşte rezolvarea teoretică a problemei stabilităţii dinamice a elementelor structurale in formă de arc. Aceste elemente structurale prezintă o importanţă deosebită deoarece ele sunt utilizate in industria minieră, industria construcţiilor şi industria constructoare de maşini unde apar frecvent aceste solicitări dinamice.
Cuvinte cheie: stabilitate dinamică, articulat în formă de arc, forţe radiale

1. INTRODUCERE

Pentru studiul elementelor de tip arc se consideră ca punct de plecare o bară curbă, uşor încovoiată în planul curbei, având raza iniţială de curbură egală cu R iar rigiditatea la încovoiere în planul curburii iniţiale fiind constantă şi egală cu EI. Se consideră, deasemenea, că deformaţia barei curbe este provocată prin solicitarea cu sarcini radiale ce acţionează în planul curburii iniţiale a barei.

2. STABILIREA ECUAŢIEI DIFERENŢIALE A MIŞCĂRII DE VIBRAŢIE

Ecuaţiile de bază pentru studiul arcelor pot fi stabilite considerând bara curbă AB din figura 1, cu ambele extremităţi articulate, uşor încovoiată în planul curbei, având raza iniţială de curbură egală cu R, iar rigiditatea la

STUDY OF DYNAMIC STABILITY OF BOTH EXTREMES ARTICULATED SPRING-SHAPED ELEMENT

Minodora Maria PASĂRE, *Assoc. Dr Eng., „Constantin Brâncuşi" University*
Aurora Cătălina IANĂŞI, *assist. dr. eng., „Constantin Brâncuşi" University*
minodora_pasare@yahoo.com

ABSTRACT: This paper seeks the theoretical problem of dynamic stability of spring-shaped structural elements. These structural elements are particularly important because they are used in mining, construction and machines engineering industry where appear frequently dynamic loads.
Keywords: dynamic stability, articulated arc-shaped, radial forces

1. INTRODUCTION

To study the spring-type elements is considered as a starting point a curved bar, slightly bent in the plane curve, the initial radius of curvature equal to R and the curvature plane bending stiffness is constant and equal to the original IE. It appears also that the deformation is caused by curved radial loads acting on the request of the original plan curvature of the bar [1-3].

2. ESTABLISHMENT OF THE MOVEMENT OF VIBRATING DIFFERENTIAL EQUATION

Basic equations to study the arc can be established considering the bar curve AB in figure 1, with both ends hinged, slightly bent in the plane curve, the initial radius of curvature equal to R, and bending rigidity in încovoiere în planul curburii iniţiale fiind constantă şi egală cu EI.

the plane of initial curvature is constant and equal to EI.

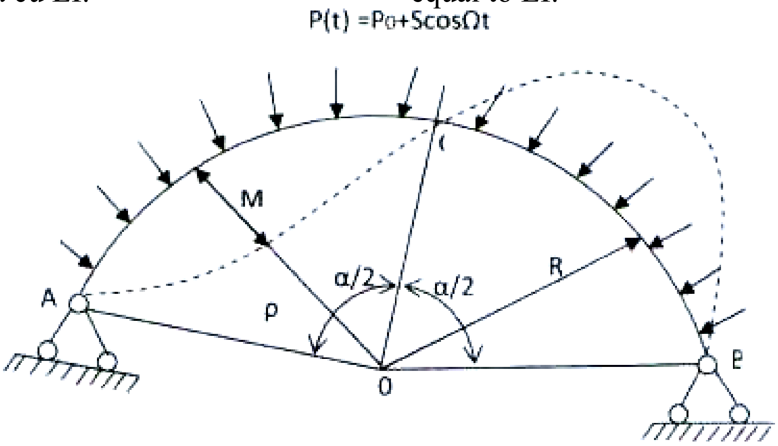

Fig. 1 Bara curbă AB cu ambele capete articulate

Fig. 1 The spring-shaped element AB with both ends articulated

Sub acţiunea sarcinii radiale p(t), dată de expresia (1) arcul intră în vibraţie, iar pentru frecvenţa fundamentală se deformează ca in figura de mai sus (partea punctată).

Under the action of radial load p(t), given by expression (1) enter the vibrating spring, its shape and for the fundamental frequency as shown above (the point).

$$p(t) = p_0 + s\cos\Omega t \tag{1}$$

Deformaţia radială z(φ,t) trebuind să satisfacă condiţiile la limită:

Radial deflection z (φ,t) must satisfy the boundary conditions:

- pentru $\varphi = 0$, $\varphi = \dfrac{\alpha}{2}$ şi $\varphi = \alpha$, z(φ,t) = 0 funcţia $\Phi(\varphi)$ se va alege de forma

for $\varphi = 0$, $\varphi = \dfrac{\alpha}{2}$ şi $\varphi = \alpha$, z(φ,t) = 0 the function $\Phi(\varphi)$ it will be:

$$\Phi(\varphi) = C\sin\frac{2\pi}{\alpha}\varphi \tag{2}$$

unde C este o constantă arbitrară iar α unghiul făcut de secţiunile extreme ale arcului. Substituind funcţia $\Phi(\varphi)$, dată de relaţia (2) şi derivata sa de ordinul doi, se obţine:

where C is an arbitrary constant and α extreme sections of the angle of the spring. Substituting the function given by equation (2) and its second order derivative, we get:

$$Q(t) = \frac{EI}{mR^4}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right] - \frac{1}{mR}(p_0 + s\cos\Omega t)\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right] \tag{3}$$

$$F(t) = 0$$

Deci, ecuaţia diferenţială a mişcării de vibraţie, pentru arcul dublu articulat va avea expresia:

So, the vibration differential equation of motion for double articulated spring will have the expression [4, 5]:

$$\ddot{T}(t) = \frac{EI}{mR^4}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]\left\{1 - \frac{R^3}{EI\left[\dfrac{2\pi}{\alpha} - 1\right]}(p_0 + s\cos\Omega t)\right\} \tag{4}$$

$$T = 0$$

În cazul particular, când s = 0 şi deci arcul este solicitat numai de sarcina statică, dacă:

In the particular case when s = 0 and so the arch is called the static load only if:

$$p_0 < \frac{EI}{R^3}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]$$

ecuaţia (4) va reprezenta o vibraţie armonică obişnuită, cu pulsaţia:

$$\omega^2 = \frac{EI}{mR^4}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]^2\left[1 - \frac{R^3}{EI\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]}p_0\right] \quad (5)$$

Pentru $p_0 = 0$, din ecuaţia (5) se obţine expresia pulsaţiei oscilaţiilor proprii de incovoiere, pentru arcul dublu articulat:

$$\omega^2 = \frac{EI}{mR^4}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]^2 \quad (6)$$

Tot din ecuaţia (5) se obţine sarcina critică de flambaj p_{cr}, care corespunde cazului, pulsaţia ω devenind egală cu 0.

$$p_{cr} = \frac{EI}{R^3}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right] \quad (7)$$

Expresiile (5) şi (6) fiind identice cu cele determinate prin alte metode, rezultă că metoda ajută la determinarea fenomenului de instabilitate dinamică, la determinarea sarcinii critice de flambaj precum şi a pulsaţiei oscilaţiilor proprii de incovoiere. Pentru s = 0, ecuaţia (4) se poate scrie sub forma:

$$\frac{d^2T}{d\alpha^2} - (p - 2q\cos 2\alpha)T = 0 \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\Omega}{2}t\,,\ p = \left(1 - \frac{p_0}{p_{cr}}\right)\left(\frac{2\omega_0}{\Omega}\right)^2$$

$$q = \frac{2s}{p_{cr}}\left(\frac{\omega_0}{\Omega}\right)^2 \quad (9)$$

Dacă în relaţiile (6) şi (7) se substituie rigiditatea la încovoiere a barei curbe EI, prin rigiditatea la încovoiere a unei plăci subţiri D $= \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ (unde h este grosimea plăcii iar μ coeficientul de contracţie transversală) se

$$p_0 < \frac{EI}{R^3}\left[\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]$$

equation (4) will represent a harmonic vibration common with frequency [6]:

For p = 0, from equation (5) we obtain the expression of own bending pulsation vibrations for double articulated spring:

Also from equation (5) WE obtain the critical buckling load p_{cr}, which corresponds to the case, ω frequency becoming equal to 0.

Expressions (5) and (6) are identical to those determined by other methods, that method helps to determine the dynamic instability phenomenon, the critical buckling load and the bending pulsation of own oscillations. For s = 0, equation (4) can be written as:

If in (6) and (7) equations we replace the curved bending stiffness EI, with the flexural stiffness of thin plates D = (where h is the thickness of the plate and transverse shrinkage coefficient) we obtained the own bending pulsation expression for cylindrical roof, hinged along the generators $\varphi = 0$, and obţine expresia pulsaţiei oscilaţiilor proprii de încovoiere pentru învelitori cilindrice, articulate de-alungul generatoarelor $\varphi = 0,$ şi $\varphi = \alpha$, respectiv sarcina critică de flambaj. În consecinţă, dacă în expresiile lui p şi q date de relaţiile (9) se substituie ω_0 şi p_{cr} calculate în felul arătat mai sus, ecuaţia (8) va reprezenta ecuaţia diferenţială a mişcării de vibraţie a unei învelitori subţiri acţionată de o sarcină radială, pulsatorie.

$\varphi = \alpha$, and that the critical buckling load. Consequently, if in the expressions of p and q given by equations (9) is substituted ω_0 and p_{cr} calculated the way shown above, equation (8) will represent the vibration differential equation of motion of a thin covering of a load driven by a radial pulse.

3. CONCLUZII

Aplicarea noii variante a metodei energetice a permis stabilirea cu uşurinţă a ecuaţiei diferenţiale a mişcării de vibraţie pentru elementele structurale in formă de arc. Caracterul general al acestei ecuaţii constă in aceea că ea permite determinarea directă - prin particularizări - a sarcinii critice de flambaj pentru solicitările statice, precum şi a expresiei pulsaţiei oscilaţiilor proprii de incovoiere, iar soluţiile ecuaţiei permit o analiză completă a fenomenului instabilităţii dinamice a structurilor de rezistenţă.

3. CONCLUSIONS

Applying the new version of the energy method allow to easily vibration differential equation of motion for the spring-shaped structural elements. The general character of this equation is that it allows direct determination - through customizations - the critical buckling load for static applications, and their expression bending pulsation oscillations and equation solutions enable a full analysis of the phenomenon of dynamic instability of structures resistance.

BIBLIOGRAFIE

[1] Bausic F. et all, Mecanică teoretică. *Vibraţiile sistemelor mecanice cu un grad de libertate*. Editura Matrixrom, Bucureşti, 2008.
[2] Bereteu L., Simicală I., *Mecanică – Dinamica şi aplicaţii*, Editura Mirton, Timişoara, 1992.
[3] Craig R.R., Kurdila A., *Fundamentals of structural dynamics*, John Wiley and Sons, 2006.
[4] Ivan M, Vulpe A, Banut V. *Statistica, stabilitatea şi dinamica construcţiilor*. Editura E.D.P, 1982.
[5] Marin C. *Vibraţii mecanice - Aplicaţii – Probleme*. Editura Biblioteca, 2008, Bucureşti.
[6] Teodorescu M.E. *Dinamica constructiilor*. Editura Matrixrom, Bucureşti, 2007.

BIBLIOGRAPHY

[1] Bausic F. et all, Mecanică teoretică. *Vibraţiile sistemelor mecanice cu un grad de libertate.* Editura Matrixrom, Bucureşti, 2008.
[2] Bereteu L., Simicală I., *Mecanică – Dinamică şi aplicaţii*, Editura Mirton, Timişoara, 1992.
[3] Craig R.R., Kurdila A., *Fundamentals of structural dynamics*, John Wiley and Sons, 2006.
[4] Ivan M, Vulpe A, Banut V. *Statistica, stabilitatea şi dinamica construcţiilor*. Editura E.D.P, 1982.
[5] Marin C. *Vibraţii mecanice - Aplicaţii – Probleme*. Editura Biblioteca, 2008, Bucureşti.
[6] Teodorescu M.E. *Dinamica constructiilor*. Editura Matrixrom, Bucureşti, 2007.