

## REZOLVAREA UNUI LANȚ DE DIMENSIUNI COMPLEX PRIN METODA STATISTICĂ

Liviu Marius CÎRȚÎNĂ, *prof.dr.ing.*  
Constanța RĂDULESCU, *Șef lucrări*  
*dr. ing.*  
Universitatea “Constantin Brâncuși”  
din Tg Jiu

**Rezumat:** Lucrarea prezintă o posibilitate de rezolvare a lanțului de dimensiuni determinat de paralelismul dintre axa arborelui mașinii de frezat orizontal și o suprafață plană prelucrată. În lucrare se arată că este posibil ca elementele primare ale lanțului să aibă toleranțe mai ridicate, astfel încât, valoarea toleranței elementului rezultat obținută prin calculul efectuat prin metoda statistică fie aproximativ egală cu toleranța elementului rezultat calculată prin metoda de maxim și minim.

### 1. CONSIDERAȚII GENERALE

Lucrarea analizează soluția de rezolvare a lanțului de dimensiuni determinat de paralelismul a arborelui principal al frezei orizontale față de suprafață plană a semifabricatului orientat și fixat pe masa mașinii unelte, fig.1.

Elementele componente ale lanțului de dimensiuni sunt următoarele:

$\beta_1$ - este eroarea de la paralelism dintre suprafața prelucrată a semifabricatului și masa mașinii unelte;

$\beta_2$ - neregularitatea ghidajelor mașinii unelte;

$\beta_3$  - perpendicularitatea mesei mașinii față de coloană;

$\beta_4$ - neregularitatea ghidajelor coloanei mașinii-unelte;

$\beta_5$  - perpendicularitatea arborelui port freză față de colana mașinii-unelte;

## SOLVING A COMPLEX CHAIN OF DIMENSIONS BY STATISTICAL CALCULATION

Liviu Marius CÎRȚÎNĂ,  
*prof.dr.eng.*  
Constanța RĂDULESCU, *lecturer*  
*dr. eng.*  
“CONSTANTIN BRÂNCUȘI”  
University of Târgu-Jiu

**Abstract:** The works shows the solution of the dimensions chains determining the parallelism of the axle of the mill- holding shaft of the horizontal milling machine to the flat surface for directing the device where both the fastening and orientation of the semi product are carried out. It is possible the primary elements of the chain have higher tolerances, so that, the value of the tolerances of the resultant element got by the new tolerances through the agency of the calculus by the statistical method be appreciatively equal to the tolerance of the resultant element, tolerance got through the agency of the minimum and maximum method, under the conditions of the initial tolerances.

### 1. GENERAL CONSIDERATION

They shall analyze the solution of the dimensions chain determining the parallelism of the mill-holding shaft of the horizontal milling to the flat surface for directing the device where both the fastening and orientation of the semi product are carried out, fig.1.

The elements composing the chain of dimensions are the following:

$\beta_1$  - is the parallelism error of the orientation surface of the device designed for orientating and fastening the semiproduct to the table of the machine-tool;

$\beta_2$  - non-straightness of the guides of the machine table to the column;

$\beta_3$  - perpendicularity of the machine table to the column;

$\beta_4$  - non-straightness of the guides of the bed;

$\beta_6$  - unghiul de rotire a arborelui port-freză în plan vertical;

$\beta_R$  - elemental resultant al lanțului de dimensiuni.

$\beta_5$  - perpendicularity of the mill-holding mandrel to the machine column;

$\beta_6$  - the angle the mill-holding mandrel revolves itself on a vertical plane means;

$\beta_R$  - resultant element of the chain of dimensions.

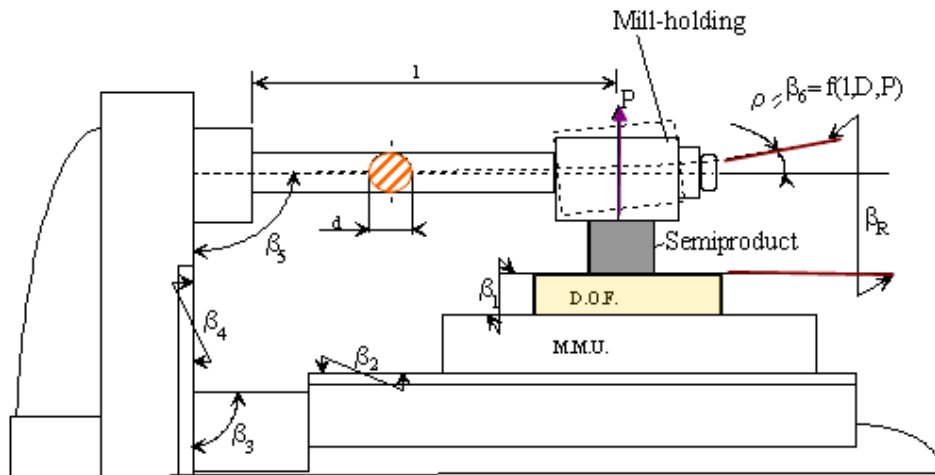


Fig.1. Elementele componente ale lanțului de dimensiuni.

Fig.1. The elements composing the chain of dimensions.

Paralelismul dintre axa de dorn port-freză și suprafața de orientare plană a dispozitivului, elementul rezultat al lanțului de dimensiuni, care trebuie să se încadreze într-o anumită limită, astfel încât, în urma prelucrării piesa să nu fie rebut.

În cazul în care semifabricatul are lățime mai mică decât lungimea frezei, fig.2, pot să apară erori de paralelism între suprafețele  $A_1$  și  $A_2$ , erori care pot depăși limitele prescrise.

The parallelism between the axle of the mill-holding mandrel and the plan orientating surface of the device, the resultant element of the chain of dimensions, shall be within a certain limit, so that, from the working operation shan't result rejected parts.

If semi products having the width less than the length of the mill are worked[3], fig.2, parallelism errors may occur between the surfaces  $A_1$  and  $A_2$  of the part, errors which exceed the prescribed limits.

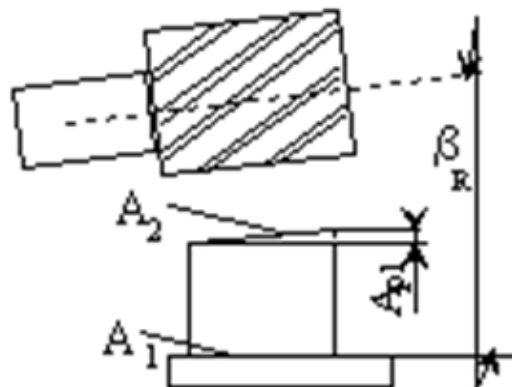


Fig.2. Eroarea de la paralelism.

Fig.2. The parallelism errors.

Vom lua în considerare ca elemente de influență asupra elementului rezultat caracteristică geometrică a dorn port-freză și mărimea forței de așchiere. Unghiul de rotire a dornului port-freză în plan vertical înseamnă, de fapt, un element primar ale lanțului de dimensiuni, în cazul nostru,  $\beta_6$  fig.1.

Acest element primar este dat de o funcție care are în componență sa forta de așchiere P, lungimea l a dornului port-freză și diametrul d, al dornului port-freză.

## 2. REZOLVAREA LANȚULUI DE DIMENSIUNI

Elementul rezultat conduce la apariția abaterii de la paralelism a suprafețelor  $A_1$  și  $A_2$  pe o lungime de referință  $L_{ref} = 300mm$ , fig.3.,

$$A_{p1} = L_p \tan \beta_R.$$

Unghiul de rotire este dat de calculul din rezistența materialelor [1], cu relația:

$$\rho = PI^2 / 2EI_p \quad (1)$$

Unde : P este forța de așchiere;  
I – lungimea dornului port-freză;  
E - modulul de elasticitate;  
I – momentul polar,  
 $I_p = \pi D^4 / 64$  ;  
d – diametrul dornului.

Pentru calculul unghiului de rotație modulul de elasticitate E poate fi considerat ca o constantă. Problema se reduce la :

$$\rho = f(P, l, d).$$

We shall take into consideration as influence elements over the resultant elements over the geometric characteristic of the mill-holding mandrel and the cutting force. The angle the mill-holding mandrel revolute itself on a vertical plane means, in fact, the primary elements  $\beta_6$  of the chain of dimensions, in our case, fig.1.

This primary elements is given by a function which has in its competence the cutting force P, the length l of the mill-holding mandrel and the mill-holding mandrel.

## 2. SOLVING THE DIMENSIONS CHAIN

Once the resultant element  $\beta_R$  is determined the deviation from parallelism of the surface  $A_1$  and  $A_2$  the part on the part width  $L_p$  or on a length taken as referential  $L_{ref} = 300mm$ , fig.3.,  $A_{p1} = L_p \tan \beta_R$  deviation from parallelism reported to the part width.

The revolution angle is given by the resistance calculus [1], by the relationship:

where: P – is the cutting force;  
I – length of the mill-holding mandrel;  
E - module of elasticity;  
I – polar moment of initiation,  
 $I_p = \pi D^4 / 64$  ;  
d – diameter of the mill-holding mandrel

For the calculus of the revolution angle the elasticity module E may be taken as a constant one. The problem shall be reduced to:

$$\rho = f(P, l, d).$$

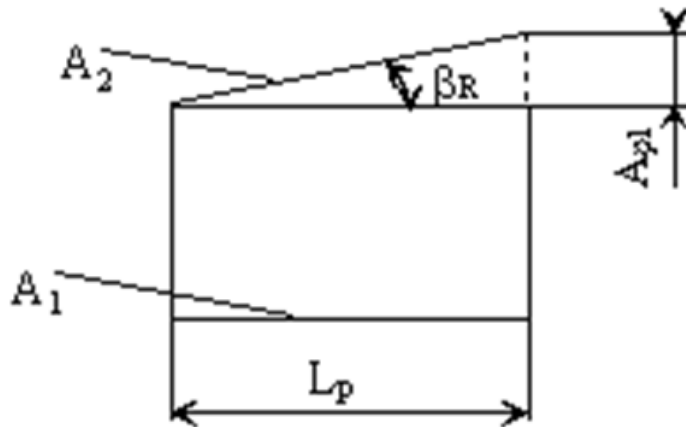


Fig.3. Deviația de la paralelism între suprafețele  $A_1$  și  $A_2$ .  
 Fig.3. The deviation from parallelism of the surface  $A_1$  and  $A_2$ .

Adică:

We'll get:

$$\rho_{\min} = \frac{64P_{\min} I_{\min}^2}{2\pi ED_{\max}^4}, \quad \rho_{\max} = \frac{64P_{\max} I_{\max}^2}{2\pi ED_{\min}^4}, \quad \rho_{\text{med}} = \frac{\rho_{\min} + \rho_{\max}}{2} \quad (2)$$

Elementul primar  $\beta_6$  este dat de o funcție neliniară de variabile dimensionale:

The primary element  $\beta_6$  is given by a non-linear function including three variable sizes and a constant size, the elasticity module.

Putem scrie:

By the above marks we may write:

$$\beta_6 = \rho = \frac{64PI^2}{2\pi EI^4}, \quad \rho = \frac{64PI^2}{2\pi EI^4} \quad (3)$$

Pentru a continua calculul fiecărui factor, este necesar să se stabilească tipul repartiției dimensionale pentru fiecare element component. În acest caz, vom considera repartiția normală pentru toate elementele care alcătuiesc lanțul de dimensiuni. Calculul poate fi efectuat după cum urmează.

In order to continue the calculation of each factor it is necessary to set a repartition for each factor. In this case we shall take the normal repartition for all the elements making up the dimensions chain. The calculus may be carried out as follows.

Dispersia unghiului de rotație se calculează cu relația (4), după cum urmează [4]:

The dispersion of the revolution angle shall be calculated by the relationship (4), as follows [4]:

$$\sigma_{\beta_6}^2 = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)^2 \cdot \sigma_P^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial I}\right)^2 \cdot \sigma_I^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial D}\right)^2 \cdot \sigma_D^2 \quad (4)$$

Mai departe:

As a result of the derivation is got:

$$\sigma_{\beta_6}^2 = \left(\frac{64I^2}{2\pi ED^4}\right)^2 \cdot \frac{T_P^2}{36} + \left(\frac{64PI}{\pi ED^4}\right)^2 \cdot \frac{T_I^2}{36} + \left(\frac{128PI^2}{2\pi ED^5}\right)^2 \cdot \frac{T_D^2}{36} \quad (5)$$

Dispersia elementelor  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  se determină astfel [2]:

The dispersion of the elements  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  shall be [2]:

$$\sigma_{\beta_1} = \sqrt{\frac{T_1^2}{36}}, \quad \sigma_{\beta_2} = \sqrt{\frac{T_{21}^2}{36}}, \quad \sigma_{\beta_3} = \sqrt{\frac{T_3^2}{36}}, \quad \sigma_{\beta_4} = \sqrt{\frac{T_4^2}{36}}, \quad \sigma_{\beta_5} = \sqrt{\frac{T_5^2}{36}}, \quad (6)$$

Dispersia elementului rezultat este:

The dispersion of the resultant element shall be calculated:

$$\sigma_{\beta_R}^2 = \left(\frac{\partial \beta_R}{\partial \beta_1}\right)^2 \cdot \sigma_{\beta_1}^2 + \left(\frac{\partial \beta_R}{\partial \beta_2}\right)^2 \cdot \sigma_{\beta_2}^2 + \left(\frac{\partial \beta_R}{\partial \beta_3}\right)^2 \cdot \sigma_{\beta_3}^2 + \left(\frac{\partial \beta_R}{\partial \beta_4}\right)^2 \cdot \sigma_{\beta_4}^2 + \left(\frac{\partial \beta_R}{\partial \beta_5}\right)^2 \cdot \sigma_{\beta_5}^2 \quad (7)$$

Apoi abaterea standard poate fi calculată funcție de toleranța elementului rezultat, luând, de exemplu, un câmp de  $\pm 3\sigma$  :

Afterwards the standard deviation may be calculated and by this the tolerance of the resultant element shall be determined, taking, for example, a field of  $\pm 3\sigma$  :

$$T_{\beta_R}^S = \pm 3\sigma_{\beta_R} = 6\sigma_{\beta_R} \quad (8)$$

În conformitate cu metoda statistică propusă de calcul coeficientul de reducere a toleranței se calculează împreună cu factorul de mărire a toleranțelor elementelor primare [3]:

According to the proposed statistical method of calculus the reduction factor of the tolerance shall be calculated together with the tolerance increasing factor of the primary elements [3]:

$$r = \frac{T_{\beta_R}^S}{T_{\beta_R}^A} \quad (9)$$

Noile toleranțe ale elementelor primare se calculează cu relațiile  $T_n = m \cdot T_v$  și apoi se face calculul de verificare a lanțului de dimensiuni cu toleranțele noi determinate.

The new tolerance of the primary elements shall be then calculated by the relationships  $T_n = m \cdot T_v$  and afterwards the testing calculus of the dimensions chain shall be made with the new provided tolerances.

### 3. EXEMPLU DE REZOLVARE

### 3. PRACTICAL EXAMPLE OF SOLVING

Următorul exemplu practic se va rezolva ca în cazul de mai sus

For the above case the following practical example shall be taken:

Material OLC 60 ce se prelucrează cu o freză cilindrico-elicooidală, având:  $d = 63\text{mm}$ ,  $t = B = 63\text{mm}$ ,  $Z = 14$ , armată cu plăcuțe cu carburi metalice, P10.

A material type OLC 60 with  $R_m = 75\text{daN/mm}^2$  shall be worked by a cylindrical helicoidally mill with drill featuring itself by:  $d=63\text{mm}$ ,  $t=B=63\text{mm}$ ,  $z=14$ , reinforced by little plates with metallic carbides, P10. The parameters of the cutting regime are the following: advance on tooth  $S_d = 0,05\text{mm/tooth}$ , contact length  $t_1 = 15\text{mm}$ ,  $v_{as} = 109\text{m/min}$ .

Parametrii regimului de așchiere sunt următorii:

$$S_d = 0,05\text{mm/tooth},$$

adâncimea de așchiere și viteza de așchiere

$$t_1 = 15\text{mm}, \quad v_{as} = 109\text{m/min}.$$

Forța de așchiere  $P = 578\text{daN}$ , și o variație a forței de  $\pm 20\text{daN}$ ;

The cutting force  $P=578\text{daN}$ , and a force variation of  $\pm 20\text{daN}$  shall be taken.

Durata în consola de dorn moara-depozit este de  $l = 300 \pm 3 \text{ mm}$ .

The length in bracket of the mill-holding mandrel is  $l=300\pm 3\text{mm}$ .

Diametrul dornului  $d = 30^{+0,1} \text{ mm}$ .

Mandrel diameter  $d = 30^{+0,1} \text{ mm}$ .

Modulul de elasticitate:  $E = 210000$ .

Mandrel elasticity module:

Lățimea semifabricatului  $L_p = 15 \text{ mm}$ .

Elementele primare au valorile

nominale:  $\beta_1 = 0^0$ ,  $\beta_2 = 0^0$ ,  $\beta_4 = 0^0$ ,  $E=210000 N/mm^2$ .

$\beta_5 = 90^0$

și toleranțele raportate la lungimea de referință  $L_{ref} = 300mm$ :

The part width is  $L_p = 15 mm$ .

The primary elements have the nominal values:  $\beta_1 = 0^0$ ,  $\beta_2 = 0^0$ ,  $\beta_4 = 0^0$ ,  $\beta_5 = 90^0$  and tolerances reported to a reference length  $L_{ref} = 300mm$ :

$$T_{\beta_1} = T_{\beta_2} = \frac{0.004mm}{300mm}; \quad T_{\beta_3} = T_{\beta_4} = \frac{0.012mm}{300mm}; \quad T_{\beta_5} = \frac{0.02mm}{300mm};$$

**Rezolvarea lanțului prin metoda de maxim și minim:**

Toleranța elementului rezultat este:

**Solving the chain by the minimum and maximum method:**

The tolerance of the resulted element is:

$$T_{\beta_R} = T_{\beta_1} + T_{\beta_2} + T_{\beta_3} + T_{\beta_4} + T_{\beta_5} + T_{\beta_6}; \quad T_{\beta_R} = \frac{0.072mm}{300mm}.$$

**Rezolvarea lanțului prin metoda statistică:**

Dispersia elementului  $\beta_6$  se calculează cu relația dată de [5]:

**Through the agency of the statistical method:**

The dispersion of the element  $\beta_6$  shall be calculated by the relationship [5]:

$$\sigma_{\beta_0}^2 = 8,136299 \cdot 10^{-8} mm; \quad \sigma_{\beta_0} = 2,85242 \cdot 10^{-4} mm.$$

Atât dispersiile cât și abaterea medie pătratică pentru elementele primare  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  se calculează cu ajutorul relației (6):

Both the dispersions and square average deviations for the primary elements  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$  shall be calculated by using the relationship (6):

$$\sigma_{\beta_1} = \sigma_{\beta_1} = 6,666 \cdot 10^{-4} mm; \quad \sigma_{\beta_3} = \sigma_{\beta_5} = 20 \cdot 10^{-4} mm; \quad \sigma_{\beta_4} = 33,333 \cdot 10^{-4} mm;$$

Dispersia elementului rezultat se determină cu relația (7):

The dispersion of the resultant element shall be determined by the relationship (7):

$$\sigma_{\beta_R}^2 = 2,0091 \cdot 10^{-5} mm; \quad \sigma_{\beta_R}^R = 0,00448 mm.$$

Dupa aceea, considerând un risc de 0,27%, toleranță a elementului rezultat se calculează cu ajutorul relației (8):

Afterward, taking a risk ratio of 0.27% the tolerance of the resultant element shall be calculated by using the relationship (8):

$$T_{\beta_R}^S = \pm 3\sigma_{\beta_R} = 6\sigma_{\beta_R} = 0,027 mm / 300 mm.$$

Luând în considerare abaterile simetric distribuite valorii nominale avem:  $\beta_R = 0 \pm 0,0135 mm$

Taking into account the symmetrically distributed deviations the resultant element has the nominal value and the limit deviations like this:  $\beta_R = 0 \pm 0,0135 mm$

În conformitate cu metoda statistică propusă de calcul se determină factorul de reducere a toleranței, respectiv factorul de mărire a toleranțelor elementelor primare.

According to the proposed statistical method of calculus of the reducing tolerance factor of the resultant element of the increasing tolerance factor of the primary

$$r = \frac{T_{\beta_R}^S}{T_{\beta_R}^A}, \quad m = \frac{1}{r}, \quad \text{respectiv:} \quad r=0,375;$$

elements they get:  $r = \frac{T_{\beta_R}^S}{T_{\beta_R}^A}, \quad m = \frac{1}{r},$

aceasta însemnând un factor de mărire  $m=2,66$ .

respectively:  $r=0,375$ ; that means  $m=2,66$ .

Calculul statistic arată că este posibil, ca toleranțele elementelor primare ale lanțului să fie mai mari cu cca. 62,5% și se poate obține aceeași abatere de la paralelism.

#### 4. CONCLUZII

Determinarea toleranței elementului rezultat al lanțului de dimensiuni prin metoda de statistică are drept rezultat o valoare mai mică ca valoarea sa determinată prin aplicarea metodei de maxim și minim. Acesta este motivul pentru care este posibil ca elementele primare ale lanțului să aibă toleranțe mai mari, astfel încât valoarea toleranței elementului rezultat obținute cu toleranțele noi, prin calcul dat de metoda statistică să fie aproximativ egală cu toleranța elementului rezultat calculată prin metoda de maxim și minim.

#### BIBLIOGRAFIE

1. CÎRȚÎNĂ L.M., GHIMIȘI Șt., LUCA L.- *The solving the chains of dimensions by the statistic methods*, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics, 12-15 May, 2004, Poretta Terme, Bologna University, Italy.
2. KLEIN, B., MANNEWITZ, F.- *Statistische tolerierung, Qualitat der Konstruktiven Gestaltung*, Vieweg Wiesbaden, 1993.
3. STURZU, A., CÎRȚÎNĂ, L., M.- *The influence on the dimensional assignment over the control objectivity*, Proceedings of 15<sup>th</sup> Symposium „DANUBIANA ADRIA” On Experimental Methods in solid Mechanics, University of Bologna, Italy, 1998.

The statistical calculus shows that is possible the variations (tolerances) of the primary elements of the chain be higher with approx. 62.5% and to get the same deviation from the parallelism when working the semi product.

#### 4. CONCLUSIONS

The calculus of the tolerance of the resultant element of the dimensions chain through the agency of the statistical method shall result in a less value that the value got by applying the minimum and maximum method. That is why it is possible the primary elements of the chain have higher tolerances, so that the value of the tolerance of the resultant element got by the new tolerances through the agency of the calculus by the statistical method be appreciatively equal to the tolerance of the resultant element, tolerance got through the agency of the minimum and maximum method under the conditions of the initial tolerances

#### REFERENCES

1. CÎRȚÎNĂ L.M., GHIMIȘI Șt., LUCA L.- *The solving the chains of dimensions by the statistic methods*, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> Youth Symposium on Experimental Solid Mechanics, 12-15 May, 2004, Poretta Terme, Bologna University, Italy.
2. KLEIN, B., MANNEWITZ, F.- *Statistische tolerierung, Qualitat der Konstruktiven Gestaltung*, Vieweg Wiesbaden, 1993.
3. STURZU, A., CÎRȚÎNĂ, L., M.- *The influence on the dimensional assignment over the control objectivity*, Proceedings of 15<sup>th</sup> Symposium „DANUBIANA ADRIA” On Experimental Methods in solid Mechanics, University of Bologna, Italy, 1998.