

## POZIȚIILE SUCCESIVE ALE MECANISMULUI R-R-RTT

**Prof. univ. dr. ing. Sevasti Mitsi,**  
*Universitatea Aristotel din  
Thessaloniki, Greece*

**Prof. univ. dr. ing. Liliana Luca,**  
*Universitatea Constantin Brancusi din  
Targu-Jiu*

**Prof. univ. dr. ing. Iulian Popescu,**  
*Universitatea din Craiova*

## SUCCESSIVE POSITIONS OF THE R-R-RTT MECHANISM

**Professor PhD. Sevasti Mitsi,**  
*Aristotle University of Thessaloniki,  
Greece*

**Professor PhD. Liliana Luca,**  
*University Constantin Brancusi of  
Targu-Jiu*

**Professor PhD. Iulian Popescu,**  
*University of Craiova*

**Rezumat.** Se consideră un mecanism cu două elemente conducătoare și o diadă RTT, cu lungimea nulă a unui element și se studiază mișcarea mecanismului prin pozițiile succesive și unele diagrame. Se iau în considerare diferite legi de mișcare (liniare) ale manivelor. Se analizează și cazul când mișcarea este intermitentă.

**Cuvinte cheie:** poziții mecanisme, două elemente conducătoare, diada RTT

**Abstract.** It is considered a mechanism with two leading elements and a RTT dyad, with a zero length element and it is being studied the mechanism movement through successive positions and some diagrams. They are considered different (linear) laws of motion of the cranks. We also analyze the case when the movement is intermittent.

**Keywords:** mechanisms positions, two leading elements, RTT dyad

## 1. INTRODUCERE

În literatură sunt foarte mult studiate diferite mecanisme cu gradul de mobilitate egal cu 1. Sunt stabilite traiectorii, legi de mișcare, poziții succesive. În foarte puține cazuri se analizează mecanisme cu  $M=2$ . În [5] se prezintă un algoritm creat special în scopul realizării sintezei structurale a mecanismelor plane, ținând seama de gradul de mobilitate, de numărul de elemente și cuple, de clasele cuplelor, de numărul de contururi. Se ia în considerare și tipul sintezei: traiectorii, poziții asociate etc. În [4] se stabilește o metodă bazată pe calculul distanțelor, pentru determinarea pozițiilor mecanismelor plane. Se evită astfel ecuațiile trigonometrice cu multe complicații. În [1] se analizează mecanisme paralele cu gradul de mobilitate  $M=4$ , mecanisme izotrope, care realizează mișcări complexe. Mai jos se

## 1. INTRODUCTION

In literature are many studies regarding different mechanisms with the degree of mobility equal to 1. They are established paths, laws of motion, successive positions. In very few cases are being analyzed mechanisms with  $M = 2$ . In [5] is presented an algorithm designed specifically for the purposes of achieving structural synthesis of planar mechanisms, taking into account the degree of mobility, the number of elements and couplings, the couplings classes, the number of contours. It is also considered the type of the synthesis: pathways, related positions etc.. In [4] is established a method based on distance calculation for determining the position of plane mechanisms. In this case trigonometric equations with many complications are being avoided. In [1] are being analyzed parallel mechanisms with the

studiază mișcarea unui mecanism R-R-RTT, cu lungimea nulă a elementului diadei cu două culise, urmărindu-se pozițiile succesive ale mecanismului.

degree of mobility  $M = 4$ , isotropic mechanisms, performing complex movements. Below is studied the movement of a R-R-RTT mechanism with zero length of the element of the dyad with two cranks, watching the successive positions of the mechanism.

## 2. MECANISMUL R-R-RTT

## 2. R-R-RTT MECHANISM

În fig. 1 se arată schema cinematică a acestui mecanism. El este format din elementele conducătoare cu mișcare de rotație 1 și 4 și diada 2-3 de tip RTT. Se constată că lungimea utilă a elementului 4 este variabilă cu poziția sa.

In Fig. A it is shown the kinematic diagram of this mechanism. It consists of leading the elements with rotating movement 1 and 4 and 2-3 dyad of RTT type. It appears that the useful length of the element 4 is variable with its position.

Se urmărește mișcarea mecanismului.

It is followed the mechanism movement.

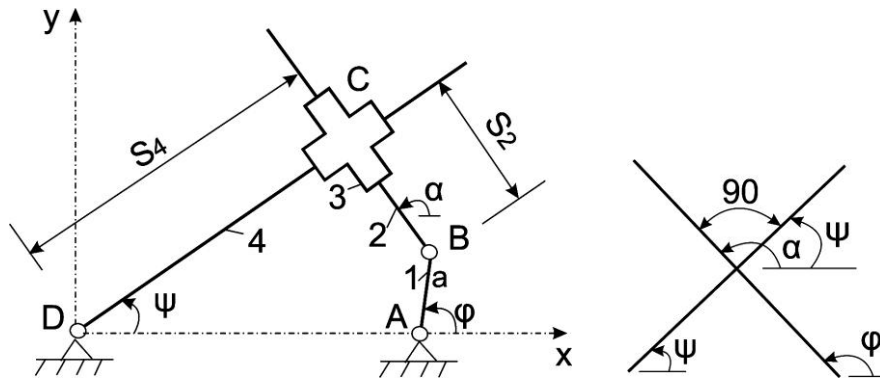


Fig. 1

Se scriu următoarele relații:

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + a \cos \varphi \\ y_B &= a \sin \varphi \\ x_C &= S_4 \cos \psi = x_B + S_2 \cos \alpha \\ y_C &= S_4 \sin \psi = y_B + S_2 \sin \alpha \\ \alpha &= \psi + 90 \end{aligned}$$

Rezultă:

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{y_B - x_B \operatorname{tg} \psi}{\cos \alpha \operatorname{tg} \psi - \sin \alpha} \\ S_4 &= \frac{x_B + S_2 \cos \alpha}{\cos \psi} \end{aligned}$$

The following relations are written:

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + a \cos \varphi \\ y_B &= a \sin \varphi \\ x_C &= S_4 \cos \psi = x_B + S_2 \cos \alpha \\ y_C &= S_4 \sin \psi = y_B + S_2 \sin \alpha \\ \alpha &= \psi + 90 \end{aligned}$$

It results:

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{y_B - x_B \operatorname{tg} \psi}{\cos \alpha \operatorname{tg} \psi - \sin \alpha} \\ S_4 &= \frac{x_B + S_2 \cos \alpha}{\cos \psi} \end{aligned}$$

## 3. REZULTATE OBȚINUTE

## 3. RESULTS

S-a adoptat  $x_A = 40$ ,  $AB = a = 30$ . Legile de mișcare ale elementelor conducătoare s-au

They have been adopted  $x_A = 40$ ,  $AB = a = 30$ . Laws of motion of the leading

considerat corelate prin relația:  $\psi = c \cdot \varphi$ . În imaginile de mai jos apare și sistemul de axe din fig. 1. S-a ciclat  $\varphi$  și s-a stabilit  $\psi$  prin relația de mai sus, deci la fiecare valoare a lui  $\varphi$  rezultă altă valoare a lui  $\psi$ .

În fig. 2 se arată mecanismul într-o poziție (la  $\varphi = 60$ ), pentru  $c = 0,5$ . Se constată că BC este scurtă iar DC este lungă, ambele elemente având lungimile variabile.

Pozițiile succesive se arată în fig. 3. Se observă cum variază lungimile elementelor BC și CD.

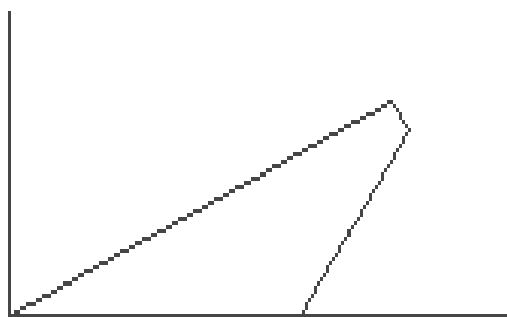


Fig. 3

Din fig. 4 se observă cum variază cele două curse,  $S_2$  și  $S_4$ . Se mai constată că într-un domeniu,  $S_4$  devine negativă, adică C trece dincolo de D.

Dacă însă se modifică sensul de rotire al lui DC, fiind acum contrar celui al lui AB, adică  $c = -0,5$ , se obțin pozițiile din fig. 5, din care se observă mari diferențe față de fig. 3.

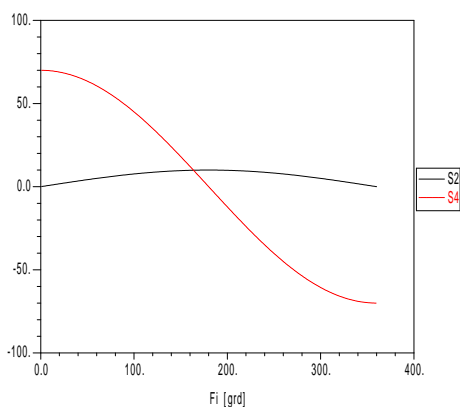


Fig. 4

Se constată unele oscilații în zona D,

elements were considered related by the formula:  $\psi = c \cdot \varphi$ . In the figures below it also appears the system of axes in Fig. 1.  $\varphi$  was cycled and  $\psi$  was settled by the above relationship, so for each value of  $\varphi$  it results other value of  $\psi$ .

In Fig. 2 it is shown the mechanism in a position (at  $\varphi = 60$ ) for  $c = 0.5$ . It is noted that BC is short and DC is long, both elements having variable lengths.

Successive positions are shown in Fig. 3. Notice how varying the length of BC and CD elements.

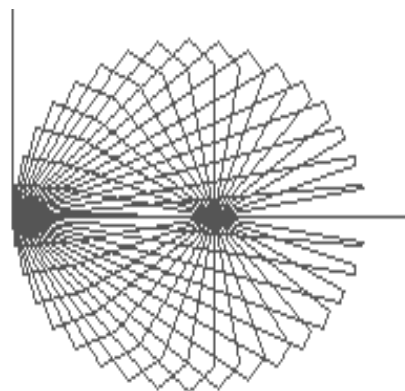


Fig. 3

From Fig.4 it is observed how the two races,  $S_2$  și  $S_4$ , vary. It also appears that in a field,  $S_4$  becomes negative, ie C goes beyond D.

If we change the rotation direction of DC, and t is now against the AB's, meaning  $c = -0.5$ , we obtain positions of Fig. 5, of which there are great differences from Fig. 3.

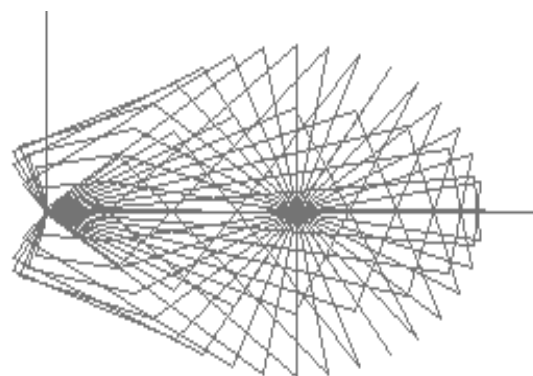


Fig. 5

There are some oscillations in the D

confirmate de curbele din fig. 6, complet diferite de cele din fig. 4, deci schimbarea sensului de rotație al unei manivele, modifică complet mișcarea mecanismului.

Similar, în fig. 7 și 8 se prezintă pozițiile succesive pentru  $c=0,1$  (fig. 7) și  $c = -0,1$ .

Se observă cum se modifică domeniul în care se mișcă elementul DC și cum se modifică lungimea BC.

Constatări similare se fac și pentru  $c=0,2$  (fig. 9) și  $c = -0,2$  (fig. 10).

zone, confirmed by the curves in Fig. 6, which are completely different from those in Fig. 4, thus changing the rotation direction of a crank completely changes the mechanism movement.

Similarly, in Fig. 7 and 8 are shown the successive positions for  $c = 0.1$  (Fig. 7) and  $c = -0.1$ .

Observe how it changes the domain in which DC element moves and how changes the length of BC.

Similar findings are for  $c = 0.2$  (Fig. 9) and  $c = -0.2$  (Fig. 10).

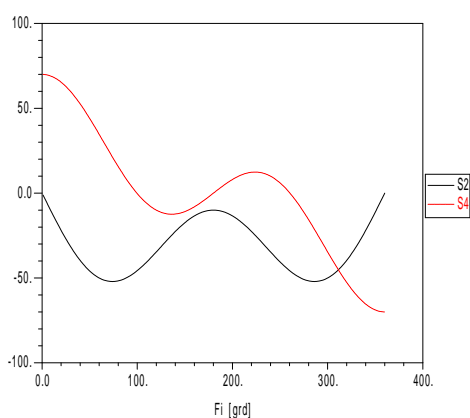


Fig. 6

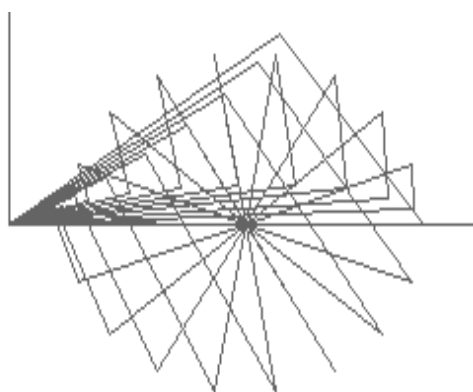


Fig. 7

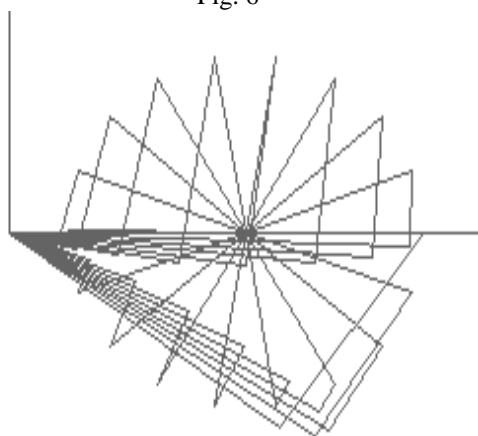


Fig. 8

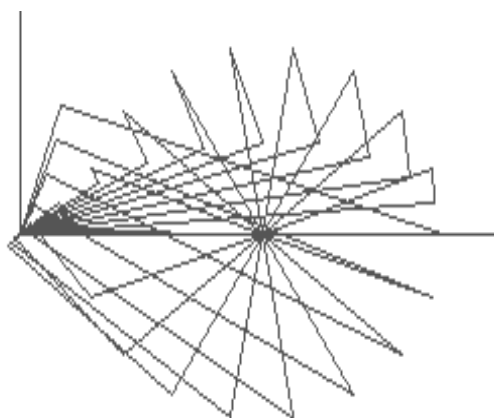


Fig. 9

Când unghiurile manivelor sunt egale și de același sens, adică  $c=1$ , se obțin pozițiile succesive din fig. 11, constatându-se și formarea unor dreptunghiuri, ceea ce se explică prin faptul că având înclinații egale, cele două manivele sunt paralele, iar culisa din C asigură ca BC să fie perpendiculară pe DC, prin urmare apar doar trei laturi ale câte unui dreptunghi, a patra fiind baza DA, deci

When cranks angles are equal and of the same sense, ie  $c = 1$ , are obtained the successive positions from Fig. 11; it is also observed the forming of rectangles, which is explained by the fact that with equal slopes, the two cranks are parallel, and the slide of C ensures that BC is perpendicular to the DC, thus far appear only three sides of a rectangle the fourth is the DA, so fixed, which means

fixă, ceea ce înseamnă că nu sunt dreptunghiuri, ci poligoane cu 4 laturi. De exemplu, se arată poziția mecanismului pentru  $\varphi=60$  în fig. 12. Pe desenul din fig. 11 apar însă dreptunghiuri deoarece apar suprapuneri între pozițiile manivelor de deasupra abscisei și cele de sub abscisă.

they are not rectangles, but polygons with 4 sides. For example, it is shown the mechanism position for  $\varphi=60$  in Fig.12. However, on the drawing of Fig.11 they appear rectangles because there are overlapping between the positions of the cranks above the abscissa and those below the abscissa.

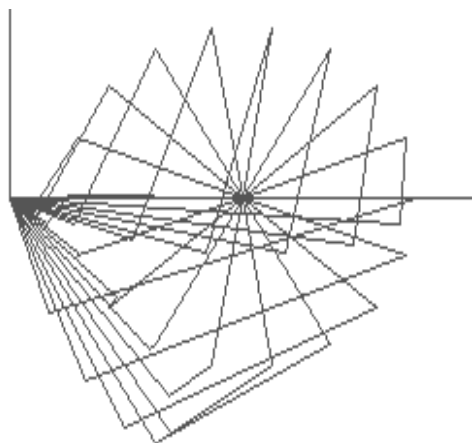


Fig. 10

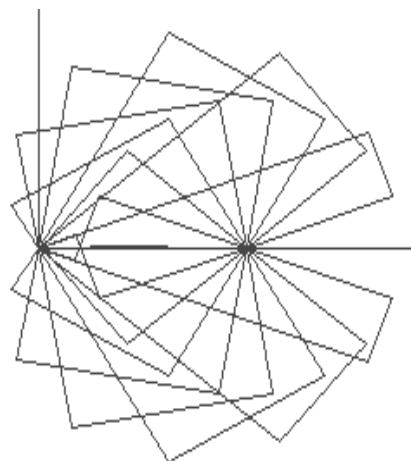


Fig. 11

La  $c = -1$ , sensurile de rotație ale manivelor sunt inverse, deci manivelele nu mai sunt paralele, însă se păstrează perpendicularitatea dintre DC și BC (fig. 13 și 14).

At  $c = -1$ , the cranks rotation directions are reversed, so the cranks are not parallel, but it retains perpendicularity of DC and BC (Fig. 13 and 14).

Situații similare sunt date pentru  $c=1,5$  (fig. 15) și  $c = -1,5$  (fig. 16).

Similar situations are given for  $c = 1.5$  (Fig. 15) and  $c = -1.5$  (Fig. 16).

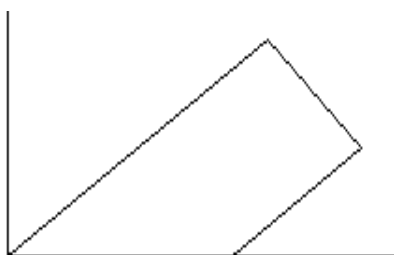


Fig. 12

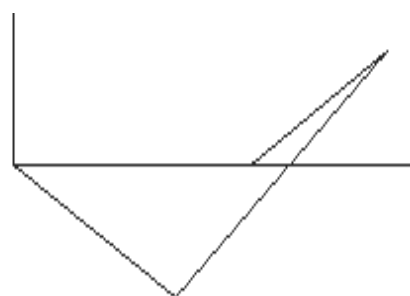


Fig. 13

La creșterea lui  $c$  în continuare, se decalează mai mult unghiul manivelei DC în raport cu al manivelei AB, rămânând unghiul drept BCD. Exemple se dau în fig. 17 la  $c=2$  și în fig. 18 la  $c = -2$ .

At increasing  $C$  in continuation, it shifts more the DC crank angle in relation to the AB's crank, remaining the right angle BCD. Examples are given in Fig. 17 for  $c = 2$  and in fig. 18 for  $c = -2$ .

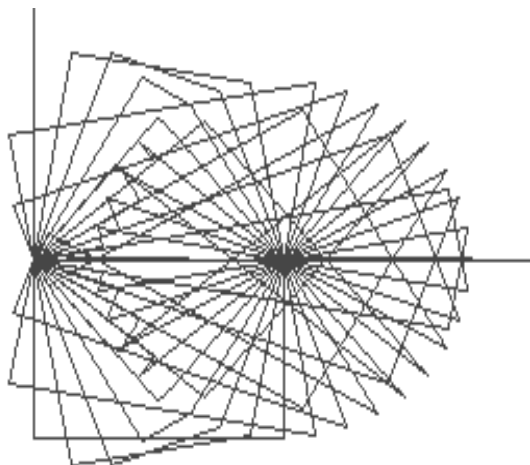


Fig. 14

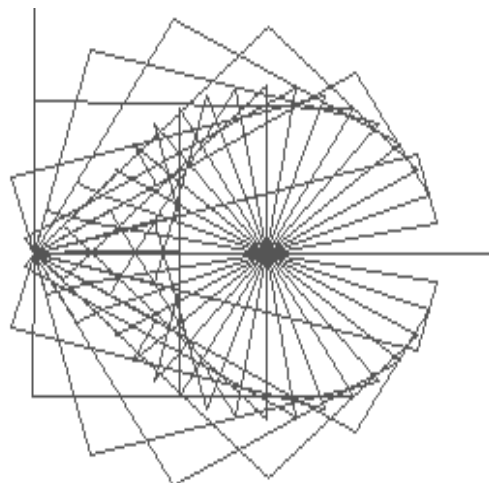


Fig. 15

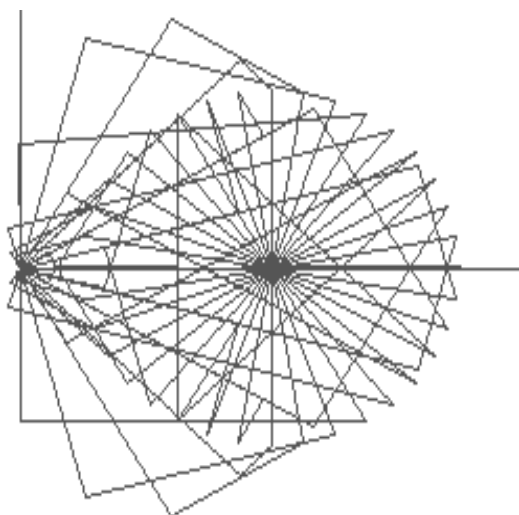


Fig. 16

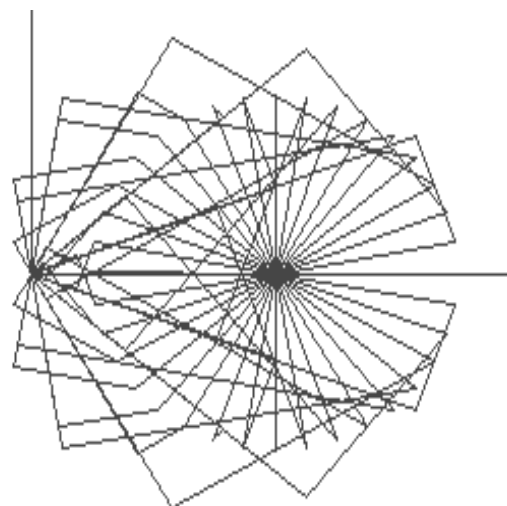


Fig. 17

În fig. 19 se arată poziția mecanismului pentru  $\varphi=30$ , la  $c=5$ , adică  $\psi=150$ ; aici manivela DC este plasată în cadranul II, la 150 grade, numai că de data aceasta elementul 3 a permis culisei de pe DC să treacă peste originea D, astfel că aceasta a ajuns pe aceeași direcție, însă în partea de jos. Este deci important că la proiectare să se aibă în vedere posibilitatea acestei treceri.

Ciclul complet se arată în fig. 20.

La  $c = -5$  s-a obținut poziția din fig. 21 pentru  $\varphi=30$ ,  $\psi = -150=210$ . Și aici direcția culisei din C de pe elementul 4 este corectă, adică ar veni prelungită în jos sub D, însă elementul 3 se află în partea de sus, deci a trecut de originea D, ajungând la înclinația de  $210 - 180 = 30$  grade, deci este paralelă cu manivela AB.

In Fig. 19 is shown the mechanism position for  $\varphi = 30$  at  $c = 5$ , ie  $\psi = 150$ ; here the DC crank is placed in quadrant II, at 150 degrees, only this time the item 3 allowed the slide on the DC to pass over the origin of D, so that it reached the same direction, but at the bottom. It is therefore important that the projection should consider the possibility of such crossings.

The complete cycle is shown in Fig. 20.

At  $c = -5$  was obtained the position of Fig. 21 for  $\varphi = 30$ ,  $\psi = -150 = 210$ . Here the direction of the slide of C on the element 4 is correct, that would come extended down under D, but the element 3 is at the top, so it went beyond the D origin, reaching the inclination  $210 - 180 = 30$  degrees, therefore it is parallel to the AB crank.

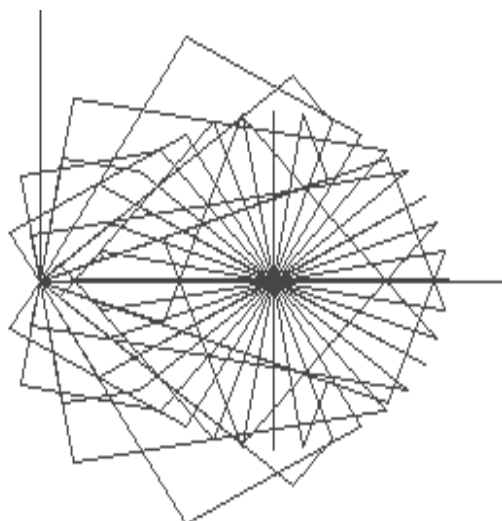


Fig. 18

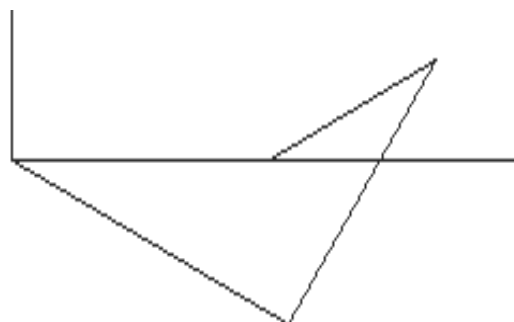


Fig. 19

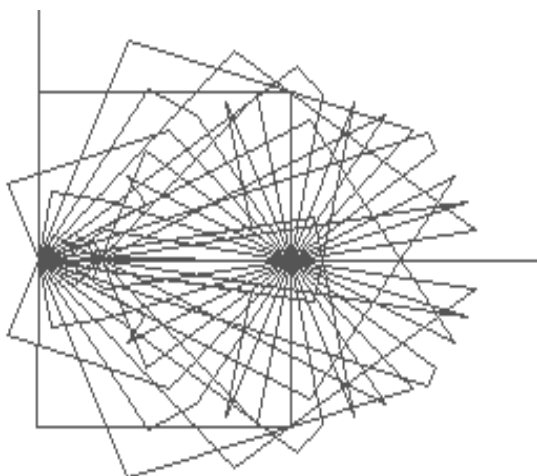


Fig. 20

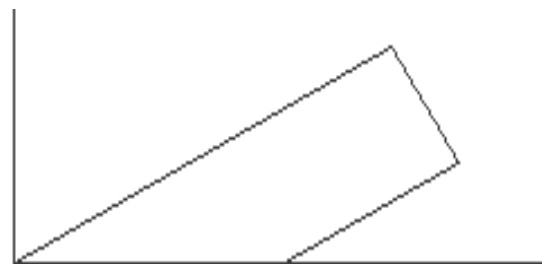


Fig. 21

Pozițiile succesive pentru întregul ciclu sunt date în fig. 22.

Dacă  $c=10$ , atunci se obțin pozițiile din fig. 23, constatându-se suprapuneri ale unor poziții, altfel figura ar fi foarte încărcată (pasul de ciclare a fost de 10 grade).

Din fig. 24 se observă că cele două curse sunt destul de apropiate, cu anumite simetrii, apărând câte 10 bucle în diagramă.

La  $c = -10$ , pozițiile succesive sunt date în fig. 25, iar curbele de variației a curselor în fig. 26.

Successive positions of the entire cycle are given in Fig. 22.

If  $c = 10$ , then are obtained the positions in Fig. 23, observing some positions overlap, otherwise the figure would be much agglomerated (the cycling step was 10 degrees).

From Fig. 24 we see that the two strokes are quite close, with certain symmetries, appearing 10 loops in the diagram.

At  $c = -10$ , successive positions are given in Fig. 25, and the variation curves of the strokes in Fig. 26.

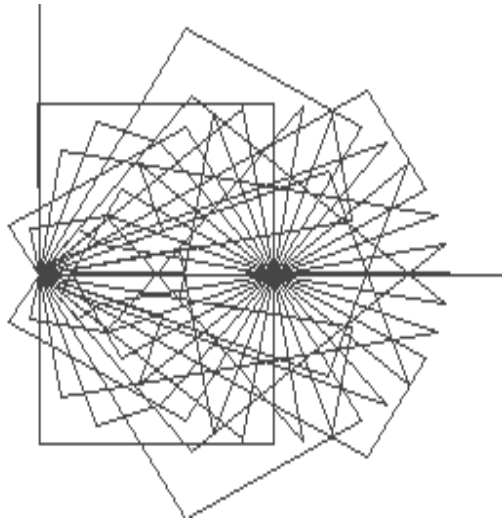


Fig. 22

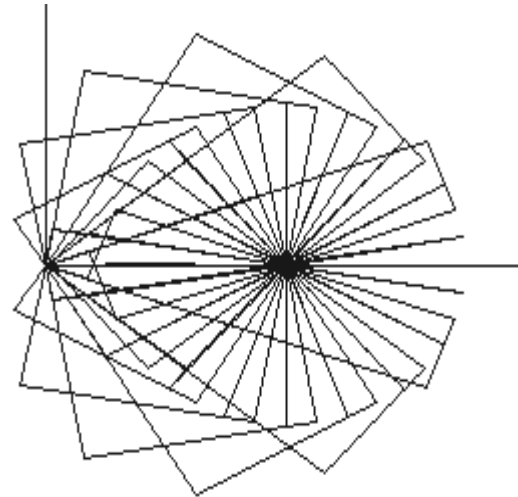


Fig. 23

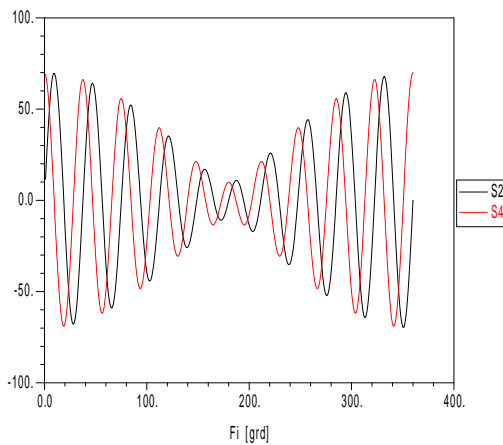


Fig. 24

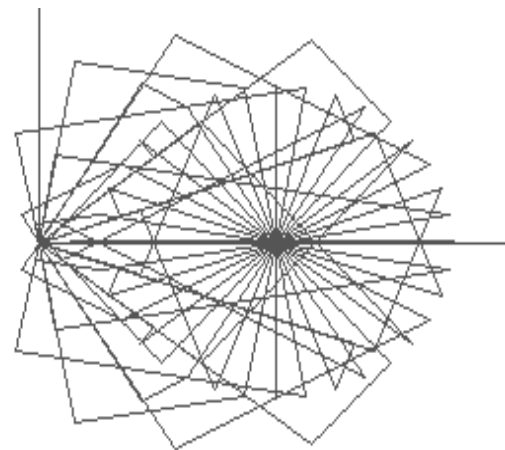


Fig. 25

Și aici apar suprapuneri ale pozițiilor succesive la anumite unghiuri. Curbele din fig. 26 sunt similare celor din fig. 24, numai că variația lui  $S_2$  este diferită; aici începe de la zero și coboară, pe când în fig. 24 începe tot de la zero dar urcă.

Trebuie precizat că pozițiile sunt dependente de valorile adoptate pentru datele inițiale:  $x_A$  și  $a$ . De exemplu, pentru  $c=10$ ,  $x_A=20$ ,  $a=40$  s-au obținut pozițiile succesive din fig. 27, diferite de cele din fig. 23.

And here appear overlapping of successive positions at certain angles. The curves in Fig. 26 are similar to those in Fig. 24, only the variation of  $S_2$  is different; here it starts from zero and comes down, while in Fig. 24 it start from zero but it goes up.

It should be noted that the positions are dependent on the values adopted for the initial data:  $x_A$  and  $a$ . For example, for  $c = 10$ ,  $x_A = 20$ ,  $a = 40$  were obtained the successive positions from Fig. 27, different from those in Fig. 23.



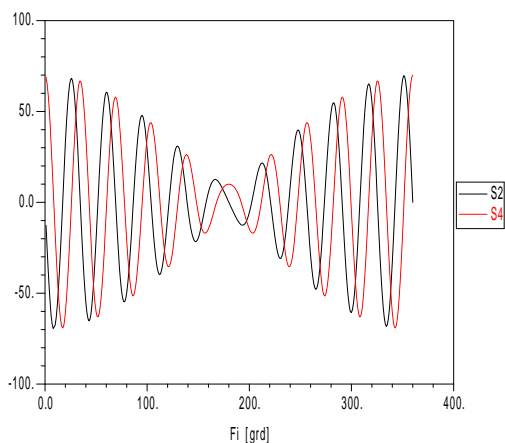


Fig. 26

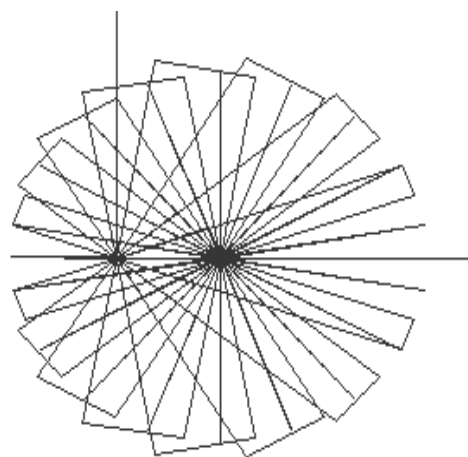


Fig. 27

#### 4. VARIANTA MIȘCĂRII INTERMITENTE

În cazurile de mai sus s-au considerat elementele conducătoare în mișcare simultană, cu unghiurile corelate printr-o relație liniară. Se poate însă considera și cazul mișcării intermitente, adică un element conducător se mișcă cu un unghi, rămâne în acea poziție, iar al doilea element conducător execută o rotație completă. Un exemplu este dat în fig. 28, la  $c=2$ ,  $x_A=40$  și  $a=30$  (valorile uzuale de mai sus), când DC staționează la un unghi de 60 grade, în timp ce AB execută o rotație completă. În acest caz, mecanismul devine de tip R-RTT, cu elementul 4 bază în timpul staționării sale, culisa 3 (fig. 1) deplasându-se pe o dreaptă fixă în timpul staționării, iar cealaltă culisă ghidând elementul 2.

#### 4. INTERMITTENT MOTION VERSION

In the above cases were considered the leading elements moving *simultaneously* with the angles related by a linear relationship. But we may consider the case of intermittent motion, i.e. a leading element is moving at an angle, remains in that position and the second leading element executes a complete rotation. An example is given in Fig. 28 at  $c = 2$ ,  $x_A = 40$  and  $a = 30$  (the normal values from above) when DC is stationary at an angle of 60 degrees, while AB is running a full rotation. In this case, the mechanism becomes of R-RTT type, with element 4 as a base, whilst it's stationary, slide 3 (Fig. 1) moving on a fixed straight during stationary and the other slide guiding element 2.

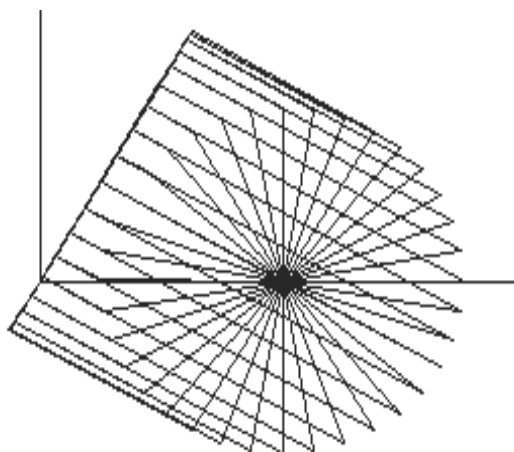


Fig. 28

## 5. CONCLUZII

- Mecanismele cu  $M=2$  au o funcționare mai complexă decât a celor cu  $M=1$ .
- Se pot stabili multe variante de poziții succesive, complet diferite, prin stabilirea convenabilă a corelațiilor dintre coordonatele generalizate.
- S-au obținut foarte multe situații de poziții succesive, destul de rar întâlnite la mecanisme cu  $M=1$ .
- Se obțin poziții diferite dacă sensurile rotațiilor elementelor conducătoare sunt aceleași sau contrare.
- Dacă mișcările au loc intermitent se ajunge la mecanisme cu  $M=1$ , cu posibilități mai reduse.
- Prin modificarea datelor mecanismului ( $x_A$  și  $a$ ) se obțin alte poziții succesive.

## BIBLIOGRAFIE

1. Carricato, M. - Fully Isotropic Four-Degrees-of-Freedom Parallel Mechanisms for Schoenflies Motion. În: Journal international Journal of Robotics Research Volume 24 Issue 5, May 2005
2. Popescu Iulian - Mecanisme. Noi algoritmi și programe. Reprografia Universității din Craiova, 1997, 350 pagini.
3. Popescu, I., Luca, L., Mitsi, S. – Geometria, structura și cinematica unor mecanisme, Editura Sitech, Craiova, 2011.
4. Rojas, N., Thomas, F. - Distance-based position analysis of the three seven-link Assur kinematic chains. În: *Mechanism and Machine Theory* (04 November 2010).
5. [www.ecs.umass.edu/mie/labs/mda/mechanism/.../Project1.htm](http://www.ecs.umass.edu/mie/labs/mda/mechanism/.../Project1.htm)

## 5. CONCLUSIONS

- Mechanisms with  $M = 2$  have a more complex functioning than those with  $M = 1$ .
- You can set many versions of successive positions, completely different, by conveniently establishing the correlations between generalized coordinates.
- There were obtained many situations of successive positions, quite rarely encountered in mechanisms with  $M = 1$ .
- There are obtained different positions if the rotation sense of the leading elements are the same or otherwise.
- If movements occur intermittently are reached mechanisms with  $M = 1$ , with fewer opportunities.
- By modifying the mechanism dates ( $x_A$  and  $a$ ) are obtained other successive positions.

## REFERENCES

1. Carricato, M. - Fully Isotropic Four-Degrees-of-Freedom Parallel Mechanisms for Schoenflies Motion. În: Journal international Journal of Robotics Research Volume 24 Issue 5, May 2005
2. Popescu Iulian - Mecanisme. Noi algoritmi și programe. Reprografia Universității din Craiova, 1997, 350 pagini.
3. Popescu, I., Luca, L., Mitsi, S. – Geometria, structura și cinematica unor mecanisme, Editura Sitech, Craiova, 2011.
4. Rojas, N., Thomas, F. - Distance-based position analysis of the three seven-link Assur kinematic chains. În: *Mechanism and Machine Theory* (04 November 2010).
5. [www.ecs.umass.edu/mie/labs/mda/mechanism/.../Project1.htm](http://www.ecs.umass.edu/mie/labs/mda/mechanism/.../Project1.htm)