

**ASPECTE PRIVIND
COMPORTAMENTUL DINAMIC
AL UNUI SISTEM DINȚAT CU
CUZINEȚI MONTAT PE
SUPORȚI VÂSCOELASTICI**

ING. DRĂGUȚ GHEORGHE,
*Universitatea Constantin
Brâncuși din Târgu Jiu*

REZUMAT: Toate tehnicile de producție ale materialelor visco-elastice sunt bine dezvoltate, suportii visco-elastici pot fi montați pe un sistem rotor, dințat pentru a atenua vibrația. Astfel, comportamentul dinamic al sistemului dințat cu cuzineți, montat pe suportii viscoelastici, este analizat luând în calcul excentricitatea, excitația erorii de transmisie a angrenajului și înclinarea restantă a axului.

Cuvinte cheie: Angrenaje rotor-cuzinet, suport visco-elastic

1. FORMULAREA ECUATIEI

Configurația sistemului de angrenaje rotor-cuzinet cu suport visco-elastic este prezentată ca două axuri flexibile, uniforme, de aceeași lungime l , cu două înclinări restante de magnitudine δ_{r1} , δ_{r2} și unghiuri fază θ_1 , θ_2 . Perechea dințată este modelată ca două discuri rigide, montate la o distanță x_l . Este reprezentată de rigiditatea echivalentă k_h de-a lungul liniei de presiune. Suportul este modelat ca un material visco-elastic, ai căror coeficienți de masă și rigiditate au indicii m_v și k^* iar contactele suporturilor viscoelastice sunt asumați ca fiind liniari, în cadrul acestei analize. Cuzineții sunt modelați ca elemente flexibile, având coeficienți de amortizare și rigiditate menționați ca fiind c_b și k_b .

Ca un cadru stabil, de referință, X-Y-Z este utilizat pentru a descrie sistemul de mișcare. Un sistem cu ax unic, având un disc rigid în planul Y-Z este prezentat în fig.1. Cinci grade de libertate V , W , α , B , Γ sunt

**ASPECTS CONCERNING
DYNAMIC BEHAVIOR
OF A SYSTEM TOOTHED
MOUNTED BUSHING
VISCOELASTIC
SUPPORTS**

ENG. DRĂGUȚ GHEORGHE,
*Constantin Brâncuși University of
Targu-Jiu*

ABSTRACT: As the manufacturing technique of the viscoelastic materials is well developed, viscoelastic supports can be mounted on a gear rotor system to suppress the vibration. Thus the dynamic behavior of a geared rotor-bearing system mounted on viscoelastic supports is investigated under considerations of the gear eccentricity, excitation of the gear's transmission error and the residual shaft bow.

Key words: Rotor gears-bushings, viscous-elastic support

1.EQUATION FORMULATION

The configuration of the geared rotor-bearing system with viscoelastic supports is shown in Fig. 1. Two uniform flexible shafts are of the same length L with two residual bows of magnitude δ_{r1} , δ_{r2} and phase angles Φ_1 , Φ_2 , respectively. The gear pair is modeled as two rigid disks mounted at a distance x_l . It is represented by the equivalent stiffness k_h along the pressure line. The support is modeled as a viscoelastic material with mass and equivalent stiffness coefficients denoted as m_v and k^* , respectively. And the contacts of the viscoelastic supports are assumed as linear in this paper. The bearings are modeled as flexible elements with damping and stiffness coefficients denoted as c_b , and k_b , respectively.

A fixed reference frame, X - V -Z, is used to describe the system motion. A single shaft system with a rigid disk in the Y- Z plane is shown in Fig. 1. Five degrees of freedom V ,

luate în calcul la fiecare punct nodal al axului unde W sunt deplasări laterale în direcțiile $Y-Z$, și B, Γ sunt unghiuri de rotație în direcțiile $Y-Z$.

W, a, B, Γ are considered at each nodal point of the shaft. Where V and W are lateral displacements in $Y-Z$ directions, and B, Γ are rotation angles about $Y-Z$ directions.

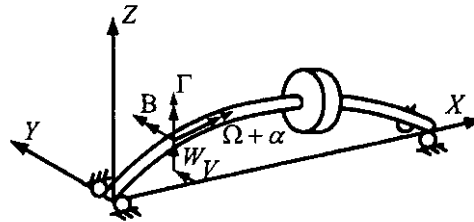


Fig.1. Configurație tipică a rotorului în coordonate XYZ
Fig.1. Typical rotor configuration and coordinates

Deplasarea de torsiune este α , iar vibrația de translație este neglijată. Componentele sistemului includ discuri, perechi de angrenaje, suporturi cuzineți, ax rotor cu înclinare reziduală. Ecuația mișcării deriva pentru fiecare componentă, după cum urmează:

The torsional displacement is by α and axial translations vibration is neglected. The components of the system include disks, gear pairs, bearing support, rotor shafts with residual bow. The equations of motion are derived for each component as follows:

1.1. PERECHE DISC SI ANGRENAJ

1.1. DISK AND GEAR PAIR

Energia cinetică a unui disc pentru mișcarea laterală calculată de Shiau și Hwang [1] este modificată pentru a include cinetica torsiunii. Energia cinetică a discului este descrisă ca fiind:

The kinetic energy of a disk for lateral motion given by Shiau and Hwang [1] is modified to include the torsional kinetic energy. The kinetic energy of a disk is described as:

$$T^d = \frac{1}{2} m_d [\dot{V}_d^2 + \dot{W}_d^2] + \frac{1}{2} I_{dD} [\dot{B}_d^2 + \dot{\Gamma}_d^2] + \frac{1}{2} I_{dP} (\Omega + \dot{\alpha}_d) (\dot{B}_d \Gamma_d - \dot{\Gamma}_d B_d) + \frac{1}{2} I_{dP} (\Omega + \dot{\alpha}_d)^2 \quad (1)$$

unde V și W sunt două deplasări laterale de-a lungul pozițiilor Y și Z iar B, Γ sunt unghiuri de flexiune în planul $Y-Z$, respectiv m_d, I_{dD} și I_{dP} sunt masa, momentul de inerție transversal al mesei și mișcarea mesei polare la angrenaj inert. Ω este viteza de rotire a axului. O pereche dințată este modelată ca rigiditate echivalentă k_h cu eroarea de transmisie $e_t(t)$ de-a lungul liniei de presiune între dinți [2]. În acest model, rigiditatea angrenajului cu dinți este considerată ca fiind constantă. Astfel, forța angrenajului cu dinți de-a lungul liniei de presiune poate fi indicat ca fiind:

where V and W are the two lateral displacements along the Y and Z directions and B, Γ are the corresponding bending angles $Y-Z$ plane, respectively. m_d, I_{dD} and I_{dP} are the mass, transverse mass moment of inertia and polar mass moment of inertia of the gear, respectively. Ω is the spin speed of the shaft. The diagram shows that a gear pair is modeled as the equivalent stiffness k_h with transmission error $e_t(t)$ along the pressure line between the teeth [2]. In the present model, the mesh stiffness is considered constant. Thus, the gear mesh force along the pressure line can be expressed as:

$$F_h = k_h [(V_{d2} - V_{d1}) \sin \phi_p + (W_{d2} - W_{d1}) \cos \phi_p - (r_1 \alpha_{d1} + r_2 \alpha_{d2}) - e_t(t)] \quad (2)$$

unde Φ_p este unghiul de presiune al perechii dințate, r_1 și r_2 sunt distanțele cercurilor de baza ale angrenajului conducător și ale angrenajului condus.

Rigiditatea angrenajului este considerată ca fiind o valoare constantă. Termenul $e_t(t)$ este transferul transmisiei ca variație a timpului și poate include o oscilație mai mare a frecvențelor trecerii dinților, așa cum este descris de Nevzat și H[3].

$$e_t(t) = \bar{e}_t \sin(\Omega_t t) \quad (3)$$

unde \bar{e} este considerat ca fiind constantă, iar frecvența dinților Ω_t este exprimată prin N_{t1} , Ω_t unde Ω_t este viteza de rotație a axului. N_{t1} și N_{t2} reprezintă numărul de dinți ai angrenajului conducător și ai angrenajului condus. Dacă angrenajele dețin componente desfășurătoare ale forțelor de angrenare F_{hy1} și F_{hz1} la angrenajul 1 și momentul T_{h1} la centrul angrenajului, exprimat ca fiind:

$$F_{hy1} = F_h s = k_h [-s^2 - sc \ 0 \ 0 - r_1 s \ s^2 \ sc \ 0 \ 0 - r_2 s] \{q^d\} - k_h e_t(t) s \quad (4.1)$$

$$F_{hz1} = F_h c = k_h [-s \ -c^2 \ 0 \ 0 - r_1 c \ -sc \ c^2 \ 0 \ 0 - r_2 c] \{q^d\} - k_h e_t(t) c \quad (4.2)$$

$$T_{h1} = r_1 F_h = r_1 k_h [-s - c \ 0 \ 0 - r_1 \ s \ c \ 0 \ 0 - r_2] \{q^d\} - r_1 k_h e_t(t) \quad (4.3)$$

$$F_{hy2} = -F_h s = k_h [s^2 \ sc \ 0 \ 0 \ r_1 s \ -s^2 - sc \ 0 \ 0 \ r_2 s] \{q^d\} + k_h e_t(t) s \quad (5.1)$$

$$F_{hz2} = -F_h c = k_h [sc \ c^2 \ 0 \ 0 \ r_1 c \ -sc \ -c^2 \ 0 \ 0 \ r_2 c] \{q^d\} + k_h e_t(t) c \quad (5.2)$$

$$T_{h2} = r_2 F_h = r_2 k_h [-s - c \ 0 \ 0 - r_1 \ s \ c \ 0 \ 0 - r_2] \{q^d\} - r_2 k_h e_t(t) \quad (5.3)$$

unde s și c reprezintă $\sin \Phi_p$ și $\cos \Phi_p$.

Pentru o pereche dințată, aplicând abordarea Lagrangiană la ec(1) și combinând ec. (4) și (5), pot fi obținute ecuații pentru mișcarea discului[4] :

$$\begin{bmatrix} [M_1^d] & 0 \\ 0 & M_2^d \end{bmatrix} \{q^d\} + \Omega \begin{bmatrix} [G_1^d] & 0 \\ 0 & \frac{N_{t1}}{N_{t2}} [G_2^d] \end{bmatrix} \{q^d\} + k_h [S_h] \{q^d\} = \{F^d\} + \{R_h\} \quad (6)$$

unde $\{q^d\}^T = [V_{d1} \ W_{d1} \ B_{d1} \ \Gamma_{d1} \ \alpha_{d1} \ V_{d2} \ W_{d2} \ B_{d2} \ \Gamma_{d2} \ \alpha_{d2}]$, $[M \ d/1]$ și $[M \ d/2]$ sunt matrice de

where Φ_p is the pressure angle of the gear pair, r_1 and r_2 are radii of base circles of the driving gear and the driven gear, res.

The mesh stiffness is approximately considered as a constant value. The term $e_t(t)$ is the displacement transmission assumed to be time-varying and may include higher harmonics of tooth passing frequency as described by Nevzat and H[3]

where e , is considered to be constant, and the tooth passing frequency Ω_t is expressed by $N_{t1} \Omega_1$ in which Ω_1 , is the spin sp. shaft 1. N_{t1} and N_{t2} are the numbers of teeth of the driving gear and driven gear, respectively. If the gears are of involute components of the gear mesh forces F_{hy1} and F_{hz1} on gear 1 and the moment T_{h1} about the geometric center of gear expressed as:

where s and c represent $\sin \Phi_p$ and $\cos \Phi_p$, respectively.

For a gear pair, applying the Lagrangian approach to Eq. (1) and combining Eqs. (4) and (5). the equations of motion of the disk can be obtained[4],

masă pentru angrenajele 1 și 2 și anume: $[G_d/1]$ și $[G_d/2]$ sunt matrice giroscopice pentru angrenajele 1 și 2. N_{t1}/N_{t2} este viteza de rotire a axului 2. $\{F^d\}$ este vectorul de ajustaj datorat dezechilibrului masei pentru discuri. Matricea rigidității, datorită efectului angrenării dințate $[S_h]$ este simetrică. Vectorul de forțare $\{F^d\}$ și $\{R_h\}$ sunt date de:

matrices of gears 1 and 2, respectively: $[G_1^d]$ and $[G_2^d]$ are gyroscopic matrices of gears 1 and 2, respectively, $(N_{t1}/N_{t2})\Omega_1 = \Omega_2$ is the spin speed of the shaft 2. $\{F^d\}$ is the forcing vector due to the mass unbalance of the disks. The stiffness matrix due to the gear mesh effect $[S_h]$ is symmetric. The forcing vector $\{F^d\}$ and $\{R_h\}$ are given by:

$$\begin{aligned} \{F^d\}^T &= [\cos(\Omega_1 t + \alpha_{1d}) \sin(\Omega_1 t + \alpha_{1d}) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \cdot m_{d1} e_1 (\Omega_1 + \dot{\alpha}_{1d})^2 \\ &+ [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \cos(\Omega_2 t + \alpha_{2d}) \ \sin(\Omega_2 t + \alpha_{2d}) \ 0 \ 0 \ 0] \cdot m_{d2} e_2 (\Omega_2 + \dot{\alpha}_{2d})^2 \text{ and } \{R_h\}^T (7) \\ &= [-s - c \ 0 \ 0 \ -r_1 \ s \ c \ 0 \ 0 \ -r_2] \cdot k_h \bar{e}_t \sin \Omega_t t \end{aligned}$$

unde magnitudinea excentricității pentru angrenajul conducător și pentru angrenajul condus sunt indicate de e_1 și e_2 . În acest studiu, excentricitatea echivalentă este considerată ca fiind, ex: $e_1=e_2=e$.

where the magnitudes of the eccentricity of driving gear and driven gear are denoted by e_1 and e_2 . In this study equivalent eccentricity is considered, i.e. $e_1 = e_2 = e$.

1.2. ELEMENT RAZA AXULUI

1.2. SHAFT BEAM ELEMENT

Elementul cu două noduri este utilizat în formularea elementului finit, așa cum se observă, cinci grade de libertate (V, W, α, B, Γ) sunt luate în calcul la fiecare punct nodal[4]. Energia cinetică a elementului razei axului pentru mișcarea laterală de torsiune, poate fi exprimată ca fiind:

A two-noded element is used in the finite element formulation, as shown in five degrees of freedom (V, W, α, B, Γ) are considered at each nodal point[4]. The kinetic energy of the shaft beam element for lateral-torsional motion can be expressed as:

$$T^e = \frac{1}{2} \int_0^l \{ \rho A (\dot{V}_s^2 + \dot{W}_s^2) + I_{SD} (\dot{B}_s^2 + \dot{\Gamma}_s^2) + I_{SP} (\Omega + \dot{\alpha}_s)^2 \} + \int_0^l \{ I_{SP} (\Omega + \dot{\alpha}_s) (\dot{B}_s \Gamma_s - \dot{\Gamma}_s B_s) \} ds \quad (8)$$

Energia potențială a elementului razei axului este :

The potential energy of a Timoshenko beam element is given by:

$$U^e = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[(\dot{B}_s)^2 + (\dot{\Gamma}_s)^2 \right] ds + \frac{1}{2} \int_0^l GI_p (\alpha'_s)^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^l k' GA \left[(V'_s - \Gamma'_s)^2 + (W'_s - B'_s)^2 \right] ds \quad (9)$$

unde ρ, A, I, I_{SD} și I_{SP} sunt densitatea masei, zona secțiunii transversale, zona de inerție, masa transversală a momentului de inerție și masa polară a momentului de inerție în ax, respectiv E, G și k' sunt module tinere, modulul de forfecare și factorul de forfecare pentru secțiunea transversală, circulară a axului.

where ρ, A, I, I_{SD} and I_{SP} are the mass density, cross-section area, area moment of inertia, transverse mass moment of inertia and polar mass moment of inertia of the shaft, respectively E, G and k' are young's modulus, shear modulus and shear factor for circular

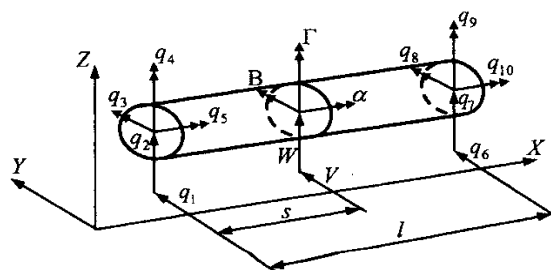


Fig.3.Reprezentarea arborelui în sistem de coordonate XYZ.

Fig.2. The shaft beam element and the coordinate system

Deflecția unei secțiuni arbitrare, în cadrul unui element poate fi descrisă în termeni de mutare a punctelor nodale, după cum urmează:

cross-section of the shaft, respectively. The deflection of an arbitrary cross section within the element can be described in terms of the displacements of nodal points as follows:

$$\begin{Bmatrix} V_s(s, t) \\ w_s(s, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Psi_V(s) \\ \Psi_W(s) \end{Bmatrix} \{q^e(t)\} + \delta_r(s) \begin{Bmatrix} \cos(\Omega t - \Phi_r) \\ \sin(\Omega t - \Phi_r) \end{Bmatrix} \quad (10.a)$$

$$\begin{Bmatrix} B_s(s, t) \\ \Gamma_s(s, t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_B(s) \\ \Phi_\Gamma(s) \end{Bmatrix} \{q^e(t)\} + \delta_r(s) \begin{Bmatrix} -\sin(\Omega t - \Phi_r) \\ \cos(\Omega t - \Phi_r) \end{Bmatrix} \quad (10.b)$$

$$\alpha_s(s, t) = [\theta(s)]\{q^e(t)\} \quad (10.c)$$

unde:

$$\begin{Bmatrix} \Psi_V \\ \Psi_W \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 & 0 & \varphi_2 & 0 & \varphi_3 & 0 & 0 & \varphi_4 & 0 \\ 0 & \varphi_1 & -\varphi_2 & 0 & 0 & 0 & \varphi_3 & -\varphi_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_B \\ \Phi_\Gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_1 & \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & -\varphi_3 & \varphi_4 & 0 & 0 \\ \varphi_1 & 0 & 0 & \varphi_2 & 0 & \varphi_3 & 0 & 0 & \varphi_4 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[\theta] = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \theta_1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \theta_2]$$

$$\{q^e\}^T = [V_{e1} \ W_{e1} \ B_{e1} \ \Gamma_{e1} \ \alpha_{e1} \ V_{e2} \ W_{e2} \ B_{e2} \ \Gamma_{e2} \ \alpha_{e2}]$$

unde φ_i , Φ_i și Θ_i sunt funcții corespunzătoare formelor din elementul axului. δ_r este unghiul fazei între excentricitatea angrenajului și înclinarea restantă a axului. Utilizând abordarea Lagrangiană, putem obține ecuații de mișcare ale elementului axului, ca:

in which φ_i , Φ_i and θ_i , are the corresponding shape functions of the shaft element. δ_r is the function of the residual shaft bow Shiau and Lee [4], and Φ_r is phase angle between gear eccentricity and residual shaft bow. Using the Lagrangian approach, one can obtain the motion equations of shaft elements as:

$$([M^e] + [M^r]) \{\ddot{q}^e\} + \Omega([G^e] + [G^r])\{\dot{q}^e\} + ([k^e] + [k^r])\{q^e\} = \{F^r\} \quad (12)$$

unde $[M^e]$, $[G^e]$ și $[K^e]$ sunt matrice de masă, giroscopice și de rigiditate, respective. $\{F^r\}$

where $[M^e]$, $[G^e]$ and $[K^e]$ are mass, gyroscopic and stiffness matrices of the shaft

este vectorul de intensificare datorită efectului de înclinare a axului.

element, respectively. $\{F^r\}$ is the forcing vector due to the residual shaft bow effect.

1.3. CUZINET SI SUPORT VISCO-ELASTIC

1.3. BEARING AND VISCOEIASTIC SUPPORT

În această lucrare, este analizat un model visco-elastic, așa cum este menționat în fig. 1., iar coeficientul echivalent de rigiditate k_v^* este oferit prin formula:

In this work, a four-element viscoelastic model is used as shown in Fig. 1. And the equivalent stiffness coefficient k_v^* is given by

$$k_v^* = k_v(1 + i\eta) \tag{13}$$

unde $k_v(1+i\eta)$ este rigiditatea complexă a suspensiei, luând în calcul atât rigiditatea cât și amortizarea, unde k_v este rigiditatea fazată a suportului, și η este factorul de pierdere al amortizării pentru materialul viscoelastic, de suport[5]. Energia cinetică, energiile potențiale și activitatea virtuală a lucrării suporturilor visco-elastice și a cuzineților, pot fi exprimați după cum urmează:

where $k_v(1+i\eta)$ is the complex stiffness of the suspension, accounting for both stiffness and damping, where k_v is in-phase stiffness of the support, and η is the damping loss factor of the viscoelastic support material[5]. The kinetic energy, potential energies and virtual work of the viscoelastic supports and bearings can be expressed as:

$$T_v = \frac{1}{2} m_v (\dot{V}_v^2 + \dot{W}_v^2) \tag{14}$$

$$U_b = \frac{1}{2} k_b (V_b - V_v)^2 + \frac{1}{2} k_b (W_b - W_v)^2 \tag{15}$$

$$U_v = \frac{1}{2} k_v^* (V_v^2 + W_v^2), k_v^* = k_v(1 + i\eta) \tag{16}$$

$$\delta W_{nc} = -c_b (\dot{V}_b - \dot{V}_v) \delta(V_b - V_v) - c_b (\dot{W}_b - \dot{W}_v) \delta(W_b - W_v) \tag{17}$$

Utilizând abordarea Lagrangiană, ecuațiile de mișcare ale suporturilor visco-elastice și ale cuzineților sunt obținute după cum urmează:

Using the Lagrangian approach, the motion equations of the viscoelastic supports and bearings are obtained as follows:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_v \end{bmatrix} \{\ddot{q}^{bv}\} + \begin{bmatrix} c_b & 0 & -c_b & 0 \\ 0 & c_b & 0 & -c_b \\ -c_b & 0 & c_b & 0 \\ 0 & -c_b & 0 & c_b \end{bmatrix} \{\dot{q}^{bv}\} + \begin{bmatrix} k_b & 0 & -k_b & 0 \\ 0 & k_b & 0 & -k_b \\ -k_b & 0 & k_b + k_v^* & 0 \\ 0 & -k_b & 0 & k_b + k_v^* \end{bmatrix} \{q^{bv}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{18}$$

unde $\{q^{bv}\}^T = \{V_b \ W_b \ V_v \ W_v\}$

where $\{q^{bv}\}^T = \{V_b \ W_b \ V_v \ W_v\}$

1.4. ECUATIILE DE SISTEM PENTRU MISCARE 1.4. SYSTEM EQUATIONS OF MOTION

Ecuatiile de sistem pentru mișcare pot fi obținute [6] prin asamblarea ecuațiilor fiecărei componente:

$$[M^s]\{\ddot{q}^s\} + (\Omega_1[G^s] + [C^s])\{\dot{q}^s\} + [K^s]\{q^s\} = \{F^s\} \quad (19)$$

unde $\{q^s\}$ este vectorul de stare, $[M^s]$, $[G^s]$, $[C^s]$ și $[K^s]$ sunt matricele sistemului de masă, giroscopic, amortizare și de rigiditate. Vectorul de intensificare $\{F^s\}$ al sistemului este dat de:

$$\{F^s\} = \{F^d\} + \{R_h\} + \{F^r\} \quad (20)$$

unde $\{F^d\}$ este vectorul de intensificare datorat dezechilibrului masei discurilor, $\{R_h\}$ este vectorul de intensificare datorită efectului angrenării dințate și $\{F^r\}$ este vectorul de intensificare datorat efectului restant al înclinării axului.

The system equations of motion can be obtained [6] by assembling equations of each component, and they can be expressed as:

where $\{q^s\}$ is the state vector, $[M^s]$, $[G^s]$, $[C^s]$ and $[K^s]$ are the system mass, gyroscopic, damping and stiffness matrices, respectively. The forcing vector $\{F^s\}$ of the system is given by:

where $\{F^d\}$ is the forcing vector due to the mass unbalance of the disks, $\{R_h\}$ is the forcing vector due to the gear mesh effect and $\{F^r\}$ is the forcing vector due to the residual shaft bow effect.

2. VITEZA DE ROTATIE SI ANALIZA FORMEI DE LUCRU 2. WHIRL SPEED AND MODE SHAPE ANALYSIS

Vitezele de rotație pot fi determinate prin soluționarea problemei valorii proprii a ec(19). Aceasta este:

$$[M^s]\{\ddot{q}^s\} + (\Omega_1[G^s] + [C^s])\{\dot{q}^s\} + [K^s]\{q^s\} = 0 \quad (21)$$

Pentru a determina valorile proprii ale sistemului, ec. (21) pot fi rearanjate ca:

$$[E]\{\dot{y}\} + [P]\{y\} = 0 \quad (22)$$

unde,

$$[E] = \begin{bmatrix} [0] & -[M^s] \\ [M^s] & ([C^s] + \Omega_1[G^s]) \end{bmatrix}, [P] = \begin{bmatrix} [M^s] & [0] \\ [0] & [K^s] \end{bmatrix}, \text{ and } \{y\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}^s\} \\ \{q^s\} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

Aici, ec (22) este utilizată pentru a determina valorile proprii și vectorii proprii ai sistemului. Părțile imaginare ale valorilor proprii indică frecvențele naturale ale sistemului și vectorii corespunzători sunt

The whirl speeds can be determined by solving the eigenvalue problem of Eq. (19). That is,

To determine the eigenvalues of the system, Eq. (21) can be rearranged as

where,

Here, Eq. (22) is used to determine the eigenvalues and eigenvectors of the system. The imaginary parts of the eigenvalues indicate the system natural frequencies and the corresponding eigenvectors are the related

formele modale. Frecvențele naturale sunt egale cu vitezele critice.

3. CONCLUZII

Caracteristicile dinamice ale sistemului dințat rotor-cuzinet, montat pe suporturi viscoelastice sunt investigate în cadrul aspectelor de excentricitate a angrenajelor, excitația erorii transmisiei angrenajului și efectul restant al înclinației. Rezultatele arată că primele viteze critice sunt dominate de rigiditatea suporturilor viscoelastice atunci când suportii viscoelastici sunt relativ moi în comparație cu angrenajele și cuzineții. Viteza critică va crește dacă masa suporturilor viscoelastice va scădea. Factorul pierderii și rigiditatea suporturilor viscoelastice pot diminua răspunsul rezonant. Se poate observa că răspunsul este suprimat și mai mic decât magnitudinea înclinației reziduale pe măsură ce unghiul fazei descrește, atunci când viteza de rotație se află în categoria dintre două frecvențe, pentru rigiditatea suporturilor viscoelastice mai mare de $6 \times 10^6 \text{ N/m}$. Atunci când există erori de transmisie, încă un mod este acționat și frecvența acestuia este egală cu viteza critică inițială împărțită între numărul de dinți ai angrenajului. Datorită zgomotului și funcționării instabile, roțile dințate sunt mai puțin utilizate decât angrenajele elicoidale.

BIBLIOGRAFIE

- [1] T.N. Shiau, J.L. Hwang. Generated polynomial expansion method for the dynamic analysis of rotor-bearing systems, journal of Engineering for Gas turbines and Power 15 (1993) 209-217.
- [2] j. Lund. Critical speed, stability and response of a geared train of rotors, Journal of Mechanical Design 100 (1978) 535-538.
- [3] O.H. Nevzar, DR. Housset, Dynamic analysis of high speed gears by using loaded state: transmission error. Journal of Sound

mode shapes. The natural frequencies are equal to the critical speeds.

3. CONCLUSIONS

The dynamic characteristics of a geared rotor-bearing system mounted on viscoelastic supports are investigated under considerations of the gear eccentricity, excitation of the gear's transmission error and residual bow effect. The results show that the first critical speed is dominated by the stiffness of the viscoelastic supports when the viscoelastic supports are relatively soft as compared with the bearings and gear mesh. The critical speed increases if the mass of the viscoelastic support decreases. Tire loss factor and stiffness of the viscoelastic support can diminish the resonant response. It is also found that the response is suppressed and smaller than the magnitude of residual bow as the phase angle decreases when the spin speed is in the range between two resonant frequencies for the stiffness of the viscoelastic supports greater than $6 \times 10^6 \text{ N/m}$. When transmission error exists, one more mode is excited and its resonant frequency equals to the original critical speed divided by gear tooth number. Because of their unstable running and noise, the spur gears are less used than helical gears today. In order to investigate the helical gears, it needs 6 degrees of freedom to analyze the system motion. And the investigation about this subject will be continued in the future.

REFERENCES

- [1] T.N. Shiau, J.L. Hwang. Generated polynomial expansion method for the dynamic analysis of rotor-bearing systems, journal of Engineering for Gas turbines and Power 15 (1993) 209-217.
- [2] j. Lund. Critical speed, stability and response of a geared train of rotors, Journal of Mechanical Design 100 (1978) 535-538.
- [3] O.H. Nevzar, DR. Housset, Dynamic analysis of high speed gears by using loaded state: transmission error. Journal of Sound

and Vibration 125 (1988) 71-83

[4] T.N. Shiau, Y.W. chou, J.R. Chang, H.D. Nelson. A study on the dynamic characteristics of geared rotor-bearing system with hybrid method, ASMF. 94-GT -355. ¹ 1994, pp. 1-11.

[5] T.N. Shiau, CH. Kang, D.S. Liu, E.K. Lee, W.C. Hsu, Optimization design of the geared rotor system with critical speed constraints using the enhanced genetic algorithm. International Gas turbine Institute AS.ME (2008).

[6] C.H.Chang et al./Mechanism and Machine Theory 46- 2011 ,264-275

and Vibration 125 (1988) 71-83

[4] T.N. Shiau, Y.W. chou, J.R. Chang, H.D. Nelson. A study on the dynamic characteristics of geared rotor-bearing system with hybrid method, ASMF. 94-GT -355. ¹ 1994, pp. 1-11.

[5] T.N. Shiau, CH. Kang, D.S. Liu, E.K. Lee, W.C. Hsu, Optimization design of the geared rotor system with critical speed constraints using the enhanced genetic algorithm. International Gas turbine Institute AS.ME (2008).

[6] C.H.Chang et al./Mechanism and Machine Theory 46- 2011 ,264-275