

## ȘIR PERIODIC

**Miodrag Iovanov**, Universitatea  
“Constantin Brâncuși” din Tg-Jiu

**REZUMAT:** In aceasta lucrare prin determinarea limitei se arată că șirul este periodic .

**Cuvinte cheie:** șir, șir periodic

### 1.INTRODUCERE

Lucrarea prezintă modul de determinare a perioadei unui șir de numere reale care îndeplinește o anumită condiție.

### 2. MODUL DE LUCRU

Șirul real  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $x_1 = a$  verifică recurența

$$x_{n+1} = \frac{x_n + b}{1 - bx_n}, \quad n \geq 1, \quad b = tg \frac{\pi}{2^m}, \quad m \in \mathbb{N}, \quad m \geq 2.$$

Să se arate că șirul  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este periodic. Care este perioada sa?

Prin recurență se poate observa că:

## SEQUENCE PERIODIC

**Miodrag Iovanov**, University  
Constantin Brancusi of Tg-Jiu

**ABSTRACT:** In this paper by determining the limit shows that the sequence is periodic.

**KEY WORDS:** sequence , sequence periodic

### 1.INTRODUCTION

This paper presents how to determine the period number of real numbers which satisfies a certain

### 2. METHOD OF WORK

Let the real sequence  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ ,  $x_1 = a$  and t recurrence

Show that the sequence  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  is periodic.

What is the sequence 's period?

By recurrence we can observe that:

$$x_{n+1} = \frac{x_n + tg \frac{\pi}{2^m}}{1 - x_n tg \frac{\pi}{2^m}}.$$

Folosind  $x_n = tg \alpha_n, n \in \mathbb{N}^*$  avem:

Using  $x_n = tg \alpha_n, n \in \mathbb{N}^*$  we have:

$$tg \alpha_{n+1} = \frac{tg \alpha_n + tg \frac{\pi}{2^m}}{1 - tg \alpha_n tg \frac{\pi}{2^m}} = tg \left( \alpha_n + \frac{\pi}{2^m} \right) \quad (1)$$

Din relația (1) obținem:

From (1) we obtain:

$$\begin{aligned} \alpha_{n+1} &= \alpha_n + \frac{\pi}{2^m} + k_n \pi \\ \alpha_{n+2} &= \alpha_{n+1} + \frac{\pi}{2^m} + k_{n+1} \pi \\ &\dots\dots\dots \\ \alpha_{n+2^m} &= \alpha_{n+2^{m-1}} + \frac{\pi}{2^m} + k_{n+2^{m-1}} \pi \end{aligned}$$

Unde  $k_j \in Z, \forall j \in \{n, n+1, \dots, n+2^m-1\}$   
 însumând vom obține:

Where  $k_j \in Z, \forall j \in \{n, n+1, \dots, n+2^m-1\}$  . Tru  
 summing we will obtain:

$$\alpha_{n+2^m} = \alpha_n + 2^m \frac{\pi}{2^m} + \pi(k_n + k_{n+1} + \dots + k_{n+2^m-1}) ,$$

unde where

$$x_{n+2^m} = \operatorname{tg} \alpha_{n+2^m} = \operatorname{tg} \left[ \alpha_n + \pi(1 + k_n + k_{n+1} + \dots + k_{n+2^m-1}) \right] = \operatorname{tg} \alpha_n = x_n, \forall n \in \mathbb{N}^* .$$

Deci,  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  este o secvență periodică și  
 perioada sa este  $2^m$  .

So  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  is a periodic sequence and it's  
 period is  $2^m$  .

**3. CONCLUZII**

Pentru  $m = 3, b = \sqrt{2} - 1$ , vom obține de la  
 problema barajului 1972 de la Bucuresti  
 (România) pentru O.I.M

**3. CONCLUSIONS**

For  $m = 3, b = \sqrt{2} - 1$ , we will obtain the probl  
 1972 blockage from Bucuresti (Romania) for th

**BIBLIOGRAFIE:**

1. **I. Bucur** – *Curs de analiză matematică*, Editura Matrix Rom, București, 2000
2. **C. Drăgușanu ș.a.** – *Analiză matematică*, Editura Teora, București, 1991
3. **Fihtenholț G. M.** – *Curs de calcul diferențial și integral*, (vol. I, II), Editura Tehnică, București, 1964-1965

**REFERENCES:**

1. **I. Bucur** - Course in mathematical analysis, Matrix Rom Publishing House, Bucharest, 2000
2. **C. Dragusanu etc.** - Mathematical analysis, Teora Publishing House, Bucharest, 1991
3. **Fihtenholț GM** - Course of differential and calculus, (Vol. I, II), Technical Publishing Hou Bucharest, 1964-1965